

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ
СІКОРСЬКОГО”**

Фізико-математичний факультет

Кафедра загальної фізики та фізики твердого тіла

(повна назва кафедри)

«На правах рукопису»

«До захисту допущено»

УДК 535; 530.145.6

Котовський В.Й.

(підпис)

(прізвище, ім'я, по батькові)

“ _____ ” _____ 20__ р.

Магістерська дисертація

з напрямку підготовки (спеціальності) 104 фізика та астрономія

на тему: «Генерація однофотонних станів в надпровідному колі»

Виконав: студент (-ка) 2 курсу магістерського рівня, групи ОФ-81мп

(шифр групи)

Андрійчук Валентин Леонідович

(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Науковий керівник д.фіз-мат. н., проф. Бродин О.М.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

“ ” (підпис)

Рецензент д. фіз-мат. н., ст. н. спів. Чумак О.О.

(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації
немає запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань

Студент _____

(підпис)

Київ – 2019

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»

Інститут/факультет фізико-математичний
(повна назва)

Кафедра загальної фізики та фізики твердого тіла
(повна назва)

Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-професійною (освітньо-науковою) програмою

Спеціальність (спеціалізація) 104 – фізика та астрономія (комп'ютерне моделювання фізичних процесів)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

В. Й. Котовський
(підпис) (ініціали, прізвище)

«___» _____ 20__р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту

Андрійчуку Валентину Леонідовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації **«Генерація однофотонних станів в надпровідному колі»**

Науковий керівник дисертації д.фіз-мат. н., проф. Бродин О.М.,

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «___» _____ 20__р. № _____

2. Строк подання студентом дисертації 11.12.2019

3. Об'єкт дослідження однофотонні джерела в надпровідному колі з керованим фотонним випромінюванням.

4. Предмет дослідження: генерація однофотонних станів, режим

дисперсного зв'язку.

5. Перелік завдань, які потрібно зробити: вивчити структуру однофотонних джерел та їх принцип дії, розвинути ідеї до створення такого джерела, розв'язати задачу взаємодії кубітів з лінією передачі, побудувати його комп'ютерну модель та дослідити динаміку системи, зробити висновки та дати оцінку ефективності роботи джерела.
6. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу по отриманих результатах роботи побудовані графіки населення рівнів енергії в Wolfram Mathematica, зображенні моделі однофотонного джерела та схеми реалізації на надпровідному колі нарисовані в Corel Draw.
7. Орієнтовний перелік публікацій Microwave single-photon source with controlled emission direction:mater.20th International Young Scientists Conference [Optics and High Tehnology Material Science], Taras Shevchenko National University of Kyiv,SPO 2019 –P.118.
8. Дата видачі завдання 02.09.2019

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Строк виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Проходження інструктажу з техніки безпеки та охорони праці.	02.09.19-03.09.19	
2	Ознайомлення з місцем роботи та засвоєння рекомендацій про виконання програми практики.	03.09.19-05.09.19	
3	Вивчення літературних джерел, складання огляду літератури	06.09.19-16.09.19	
4	Пошук і добір фактичних матеріалів, їх групування	17.09.19-25.09.19	
5	Наукові дослідження за темою МД	26.09.19-4.11.19	
6	Складання заліку з науково-дослідної практики	5.11.19	
7	Аналіз отриманих результатів	6.11.19-12.11.19	
8	Підготовка розділів МД на основі отриманих даних по темі МД	13.11.19-25.11.19	
9	Підготовка звіту з МД та оформлення презентацій до захисту	25.11.19-27.11.19	
10	Надання роботи на перевірку керівнику МД	28.11.19	

11	Отримання відгуку від керівника МД	30.11.19	
12	Перевірка МД на плагіат	05.12.19	
13	Формування плану публікацій по темі МД або документів по впровадженню (лист з підприємства або подання проекту впровадження в «КПІ ім. Ігоря Сікорського»)	06.12.19-09.12.19	
14	Подання МД на рецензію	10.12.19	
15	Здача МД на нормо-контроль (додержання вимог до оформлення МД)	11.12.19	
16	Попередній захист МД	11.12.19	
17	Виправлення матеріалу МД згідно з зауваженнями комісії на попередньому захисті	11.12.19-16.12.19	
18	Здача МД (друкований та електронний варіанти), Відгуку та Рецензії на кафедру загальної фізики та ФТТ	17.12.19	
19	Відсилання анотації МД на сайт кафедри загальної фізики та ФТТ	17.12.19-18.12.19	
20	Остаточний захист МД	19.12.19	
21	Відсилання матеріалів МД у бібліотеку «КПІ ім. Ігоря Сікорського» та сайт кафедри загальної фізики та ФТТ	20.12.19	

Студент

(підпис)

(ініціали, прізвище)

Науковий керівник дисертації

(підпис)

(ініціали, прізвище)

РЕФЕРАТ

Актуальність теми З розвитком квантових обчислювальних систем однофотонні джерела добре зарекомендували себе в якості зберігача та переносника інформації, маючи домінуючу перевагу над класичними машинами.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами Квантова оптика та лазерна фізика, надпровідні кола, фотонна емісія, Фоківські стани, осциляції Рабі.

Об'єкт дослідження Генерація однофотонних станів на кубітних системах.

Предмет дослідження Залежність ймовірності випромінювання фотонів від параметрів зв'язку.

Мета роботи Розробити модель однофотонного джерела з контрольованим випромінюванням та створити умови для зменшення теплових втрат системою і збільшення ефективності випромінювання.

Методи дослідження Науковий метод дослідження, аналітичне та чисельне дослідження поставленої задачі і її моделювання за допомогою комп'ютерних програм фізичного моделювання.

Задачі дослідження Розробити теоретичну модель однофотонного джерела та її реалізацію на надпровідному колі.

Наукова новизна одержаних результатів За допомогою програм фізичного моделювання, вдалося побудувати запропоновану модель, знайти чисельні розв'язки та дослідити динаміку системи.

Практичне значення одержаних результатів Отримані результати, показують чудові результати для того, щоб реалізувати таке джерело на практиці з подальшим його застосуванням.

Публікації Робота була представлена на 20-й Міжнародній конференції молодих вчених "Оптика й високотехнологічне матеріалізнавство", з публікацією тезів.

Ключові слова Квантова оптика, однофотонне джерело, квантове електродинамічне коло, квантовий роутер, модель Джейнса-Каммінгса.

В роботі наведено: викорстаної літератури - 80 ,сторінок - 80, рисунків -21, таблиць -1

ABSTRACT

Actuality of theme With the development of quantum computing systems, single-photon sources have proven themselves well as the custodian and carrier of information, with a dominant advantage over classic machines.

Relationship with working with scientific programs, plans, themes Quantum optics and laser physics, superconducting circles, photon emission, Fock states, Rabi oscillations.

Object of research Generation of single-photon states on cubit systems.

Subject of research The dependence of the photon emission probability on the communication parameters.

Purpose of work To develop a model of single-photon source with controlled emission and to create conditions for reduction of heat losses by the system and increase of radiation efficiency.

Research methods Scientific research method, analytical and numerical study of a given task and its modeling by means of computer programs of physical modeling.

Task of research To develop a theoretical model of a single-photon source and its implementation on a superconducting circuit.

Scientific novelty of the results With the help of physical modeling programs, it was possible to construct the proposed model, find numerical solutions and investigate the dynamics of the system.

The practical significance of the results The results obtained show excellent results in order to put such a source into practice with its further application.

Publications The work was presented at the 20th International Conference of Young Scientists "Optics and High-Tech Materials Science", with the publication of abstracts.

Keywords Quantum optics, single-photon source, quantum electrodynamic circuit, quantum router, Janes-Cummings model.

The work contains: used literature -80, pages: -80, figures -, tables -1.

ЗМІСТ

ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1. КВАНТОВА ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ. ОДНОФОТОННІ ДЖЕРЕЛА	9
1.1.Квантове обчислення	9
1.2.Квантовий алгоритм. Паралелізм в алгоритмах	7
1.3.Однофотонні джерела	13
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1	17
РОЗДІЛ 2. НАДПРОВІДНІ СИСТЕМИ ТА ЇХ РЕАЛІЗАЦІЯ	18
2.1 Явище надпровідності. Ефект Джозефсона	18
2.2 Джозефсонівські контакти	20
2.3 Квантові стани кубіта	22
2.4 Види інтегрованих схем квантового біта	26
2.5 Надпровідні резонатори та їх види	32
2.6 Квантування магнітного поля	35
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2	38
РОЗДІЛ 3. РОЗПАД КУБІТА В РЕЗОНАТОРІ	39
3.1.Осциляції Рабі в одномодовому полі	39
3.2.Дисипація в резонаторі	45
3.3.Режими зв'язку	50
3.4.Дисперсний режим	53
3.5.Фоківські стани	55
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3	55
РОЗДІЛ 4. МІКРОХВИЛЬОВЕ ОДНОФОТОННЕ ДЖЕРЕЛО З КОНТРОЛЬОВАНИМ ВИПРОМІНЮВАННЯМ	56
4.1.Загальний принцип дії пристрою	56
4.2.Модель однофотонного джерела	58
4.3.Отриманні результати	64
4.4.Реалізація на надпровідних схемах	70
ВИСНОВКИ	71
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	72

ВСТУП

Актуальність: сучасна теорія інформатики ґрунтується на виконанні виключно класичних математичних операцій. Однак науковці прагнуть розширити об'єм доступної пам'яті і збільшити швидкість обчислювальних операцій. Така процедура потребує зменшення елементарної комірки до атомних розмірів.

А також, щоб побудувати таку мікросхему в її функціонуванні необхідно врахувати квантові ефекти. Проте врахування квантових ефектів не дає повного вирішення проблеми, як власне задача про розміри мікросхеми.

Сьогодні провідні науково-дослідницькі лабораторні гіганти намагаються знайти шляхи для побудови квантового комп'ютера, в принцип дії якого покладений алгоритм обчислювання. В його основі лежить когерентність механізму квантових процесів; когерентність – це узгодженість по фазі квантових станів [2,3].

Квантовий обчислювальний процес проходить під еволюцією квантової системи із N квантових комірок, в процесі якого виконується 2^N обчислювальних операцій [3,4]. Така велетенська сукупність квантових операцій дає можливість розв'язувати задачі – не під силу класичній обчислювальній машині.

Ідея квантового комп'ютера полягає в побудові обчислювальної машини на основі квантових комірок. Квантові біти, підпорядковуючись законам квантової механіки, забезпечують значну перевагу в швидкості і паралелізмі обчислювання квантового комп'ютера порівняно з класичним.

В ролі квантового біта виступають, в якості найуспішніших реалізацій квантової системи, твердотільні кубіти [2] – реалізовані на надпровідних квантових колах, що містять джозефсонівські контакти [4,6].

РОЗДІЛ 1

КВАНТОВА ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ. ОДНОФОТОННІ ДЖЕРЕЛА

1.1 Квантове обчислення

Квантові обчислення охоплюють широку область фізики, інформатики та математики. Зараз проводиться велика дослідницька кампанія по практичній реалізації фізичної платформи для квантових обчислень. Але перед тим як перейти до реалізації такого процесора, розглянемо як працюють квантові операції та алгоритми. Від стандартних текстів на цю тему до вивчення обробки квантової інформації за допомогою простих однофотонних операторів чи складних алгоритмів для виправлення різних помилок.[7,9]

В класичному комп'ютері обчислення проводяться основною одиницею інформації, яка називається бітом. Обчислювальні алгоритми складаються з двійкових логічних операцій, таких як “І, АБО, НЕ”.[7].

У квантових обчисленнях одиницею передачі інформації є квантові біти, які займають не дискретні стани, а складають суперпозиційний стан. Так само, як і в класичному комп'ютері, в квантових існує набір квантових вентилів, які є універсальними, такими, що комбінації вентилів можуть реалізувати складні квантові обчислення.

Однак, якщо в класичному випадку для обчислення потрібен лише один вентиль, то у квантовому випадку універсальність можна досягнути за допомогою комбінації довільних одиничних кубітних та двокубітних вентилів.

Одна з ключових відмінностей між побудовою квантового обчислення та класичного обчислення – це оборотність. Так як вентиля “І, АБО, НЕ” – незворотні, бо вони займають два входи, і повертають на один вихід.[7]

Оборотні класичні обчислення можливі, просто вимагають виконання функції, яка приймає n -бітний вхід, і виводить інформацію через n -бітний вихід.[7]

Тому, розуміння оборотного класичного обчислення веде науковців до побудови квантового комп'ютера, що діє за допомогою оборотних унітарних операцій.

Так як, квантовому комп'ютеру потрібно менше кубітів на вентиль – це дає можливість генерувати заплутаність і суперпозицію між кубітами, використовуючи певні вентиля, наприклад вентиль Адамара[7,8].

1.2 Квантовий алгоритм. Паралелізм в алгоритмах

Маючи доступ до універсального набору квантових вентилів, можна побудувати алгоритми, які використовують суперпозицію та переплутування для виконання конкретних обчислень. Для того, щоб зрозуміти, як побудувати такі квантові алгоритми, необхідно запрограмувати квантовий комп'ютер для оцінки певної функції $f(x)$, декількох значеннях x , що називається квантовим паралелізмом[7,9].

Розглянемо регістр $q + u$ кубітів, де на контрольні кубіти q подається набір входів, а на u кубітах виконується обчислення, які є вихідними. Припустимо, що у нас є $(q + u) * (u + q)$ унітарна трансформація U_f , яка кодує функцію $f(x)$, таким чином, що вона діє у базисних станах[7].

$$U_f(|x\rangle_q |y\rangle_u) = |x\rangle_q |y \oplus f(x)\rangle_u, \quad (1.1)$$

де x, y, q, u – бітові цілі числа, а оператор \oplus – порозрядне додавання.

Починаючи з вихідного регістра кубіта в стані $|0\rangle$, можна дати оцінку $f(x)$ і отримати результат результату в вихідному регістрі.

$$U_f(|x\rangle_q |0\rangle_u) = |x\rangle_q |f(x)\rangle_u \quad (1.2)$$

Використаємо перетворення Адамара [7,9] на всіх вихідних кубітах, після чого отримаємо максимальний стан суперпозиції повного регістра:

$$\begin{aligned} (H^{(1)} \otimes H^{(2)}) (|0\rangle|0\rangle) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{2} (|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + \\ &|11\rangle) = \frac{1}{2} (|0\rangle_2 + |1\rangle_2 + |2\rangle_2 + |3\rangle_2), \end{aligned} \quad (1.3)$$

Використання перетворення Адамара для системи з n кубітів $H^{\otimes n} = H^{(1)} \otimes H^{(2)} \otimes \dots \otimes H^{(n)}$, і застосування унітарного перетворення U_f , дає

$$U_f(H^{\otimes n} \otimes 1_u) |0\rangle_q |0\rangle_u = \frac{1}{\sqrt{2^q}} \sum_x |x\rangle_q |f(x)\rangle_u, \quad (1.4)$$

в якому містяться всі можливі значення функції $f(x)$, незважаючи на те, що U_f використовувалося лише один раз. Однак проблема у тому, як отримати доступ до всієї інформації про $f(x)$ [7,9].

Проте в квантових алгоритмах застосовують додаткові унітарні перетворення, які утворюють зв'язки між численими оцінками f для різних значень. Класичний комп'ютер міг давати значення взаємозв'язку, зробивши оцінки незалежно для кожного стану. Перевага квантового полягає якраз у втручанні в процес передачі інформації з одного виду в інший [7,8,9].

Отже, алгоритм квантового обчислення, зображений на рисунку 1.1 такий : реєстр кубітів повинен перебувати у суперпозиційному стані, потім застосовується унітарна функція, що кодує інформацію, наступний етап обробка інформації та переведення її у форму, яку можна прочитати, і багатокубітне зчитування. [7]

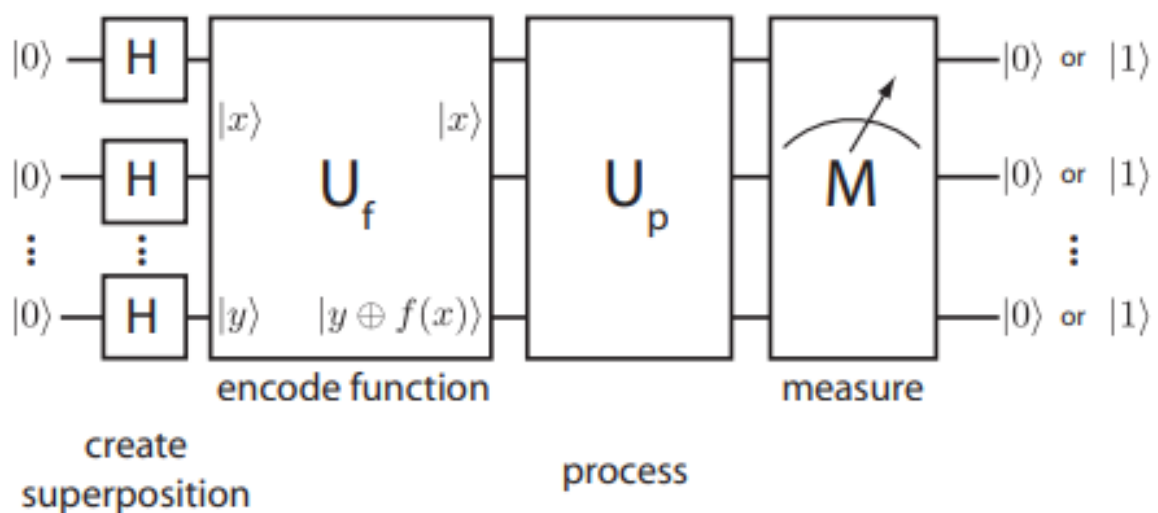


Рисунок.1.1 Структура квантового алгоритму [7].

1.3. Однофотонні джерела

Для того, щоб виконувати квантові обчислення та проробляти алгоритми, необхідно врахувати низку умов та розв'язати важливі практичні задачі.

По-перше, необхідно ізолювати квантову систему від впливу оточуючого середовища на достатній, для виконання розрахунку, час. Елементарні стани кубіта перебувають в лінійній суперпозиції, тобто утворюють квантову когерентність [6]. Квантова когерентність може порушитися, через будь-який вплив від зовнішніх збудників. Такий процес називається декогеренцією [6]. Процес декогеренції має визначений часовий проміжок, що залежить як від зовнішнього впливу, так і від властивостей самої системи.

З цих міркувань квантове обчислення має бути проведене за час – менший ніж час декогерентності. Тепер реалізація квантової обчислювальної машини, яка має великий час когерентності суперпозиційних станів кубіта є однією з головних задач в сучасній фізиці [7].

Збільшення числа кубітів в системі – робить її більш потужнішою й водночас більш складною для побудови. Це пов'язано з тим, що зв'язані стани кубіта сильно чутливі до процесу декогерентності [5].

Щоб здійснити квантові обчислення, необхідне виконання наступних умов [9]:

- Побудова квантових дворівневих когерентних системи, з можливістю їхнього розширення до мультисистем;
- Можливість контролювати стани кубіта;
- Зменшення часу декогерентності для системи кубітів;
- Існування квантових гейтів [8] для того, щоб контролювати зв'язки між кубітами;

- Можливість проводити вимірювання квантових станів кубіта і отримання результатів обчислення.

Стрімкий розвиток галузі квантової інформатики сприяє зростанню досліджень однофотонних джерел та однофотонних детекторів протягом останніх кількох десятиліть. Дана галузь передбачає кодування, зчитування, керування і вимірювання одиниці інформації, використовуючи квантово-механічні об'єкти [9].

Дослідження показали, що використання квантових об'єктів дозволяє виконувати певні обчислювальні операції значно ефективніше, ніж використання класичних об'єктів.

Фотонний кубіт є ідеальним вибором як квантовий об'єкт, так як інформація кодується у квантових станах фотона за допомогою таких ступенів вільності як поляризація, імпульс, енергія тощо; оскільки фотони рухаються зі швидкістю світла та слабо взаємодіють із довкіллям на великих відстанях, що призводить до зниження шуму і втрат енергії, а також їх легко контролювати, використовуючи лінійну оптику [9].

Створення однофотонного джерела, яке близьке до характеристик ідеального джерела-випромінювача, дозволить безперешкодно передавати інформацію. Таким джерелом може бути: один фотон, що випускається у довільний момент часу та керується користувачем (тобто джерело є детермінованим [11]) з ймовірністю випускання одного фотона – 100% та багатифотонного випускання – 0%, з подальшим повторенням випромінювання подібних фотонів, де швидкість повторення доволі висока [11,12].

Види однофотонних джерел:

- Детерміновані – на основі центрів забарвлення [14], квантових точок [15], одиничних атомів [16], одиничних іонів [17], одиничних молекул [18] та атомних ансамблів [19];

- Ймовірнісні – які реалізуються за допомогою спонтанного параметричного розсіяння світла [20], чотирьох-хвильового зміщення [21] і каскадні переходи в атомах [22].

В якості джерел для одиничних фотонів було досліджено чимало систем. Більшість з них – це “однопромінні” квантові системи, такі як напівпровідникові квантові точки, одиночні молекули, атоми, іони тощо [16].

Розглянемо як побудовані такі джерела:

- ❖ Одиничні атоми: в принцип роботи одноатомних випромінювачів покладено режим сильного зв’язку порожнинної квантової електродинаміки, де одиничний фотон має значний вплив на динаміку системи “атом + резонатор”, а оптичний резонатор підсилює однофотонне випромінювання в єдиному просторовому режимі з поперечним профілем Гауса . На сьогодні використовувались атоми Cs та Rb.
- ❖ Одиничні іони: іони, що використовуються як однофотонні випромінювачі, також мають конфігурацію системи з двома основними станами та одним збудженим. Для побудови таких джерел було запропоновано резонансне раманівське розсіяння [23] та невеличке відхилення від резонансу Stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP) [24]. Застосування радіочастотної іонної пастки Паулі [25] дозволяє локалізувати одиничний іон в центрі оптичного резонатора. Це дозволяє вирішити проблеми, з якими стикаються одиничні випромінювачі з нейтральним атомом і забезпечує безперервне випускання однофотонних імпульсів.
- ❖ Одиничні молекули: молекулярний перехід електронів можна задати трьохрівневою системою, яка складається із синглетного основного стану, синглетного збудженого стану та триплетного проміжного стану. Кожен є набором коливальних рівнів системи. В початковий момент часу електрон знаходиться на коливальному рівні в основному стані,

далі оптично переноситься на коливальний рівень у збудженому стані, а потім радіаційно розкладається назад до основного стану. Таким чином однофотонне випромінювання охоплює широкий спектр світла. Цей цикл продовжується доти, доки електрон не перейде до темного стану [18].

- ❖ Квантові точки (КТ): генерація одиничного фотона регулюється за допомогою накачки, таким чином, що дві або більше електрон-діркових пар захоплюються квантовою точкою під час кожного імпульсного збудження. Енергія фотонів, що випромінюється під час релаксації, залежить від кількості мультіекситонів в стані КТ. Якщо загальний час рекомбінації мультіекситона в стані КТ більший ніж час рекомбінації вільних електрон-діркових пар, то кожне імпульсне збудження щонайменше може призвести до випромінювання одного фотона. Таким чином, за рахунок кулонівських взаємодій, що створюють ангармонічний мультіекситонний спектр, можна контролювати електронну емісію [15].
- ❖ Центри забарвлення: як стабільне офднофотонне джерело, що працює при кімнатній температурі, є центри забарвлення в алмазі [14].

Висновки до розділу 1

Виконати квантове обчислення, тобто передачу інформації можна здійснити за допомогою однофотонного випромінювача. Такі випромінювачі потребують ретельних досліджень, адже самі системи доволі нестійкі. Робоча температура цих джерел близька до температури абсолютного нуля, тому такі системи чутливі до теплових втрат. Фотон, який збуджується в результаті спонтанного випромінювання, може рухатись у довільному напрямку. Тому необхідно створити умови, щоб можна було контролювати напрям його руху.

Створення джерела на основі однофотонного випромінювання дозволить дослідити процеси не під силу класичним вимірюванням. Фотон є переносником одиниці інформації в квантових технологіях. Тому можливість випромінювати фотони в широкому діапазоні частот збільшить ефективність однофотонного джерела.

РОЗДІЛ 2

НАДПРОВІДНІ СИСТЕМИ

2.1 Надпровідність. Ефект Джозефсона

Надпровідність – явище повного зникнення електричного опору. Тверді тіла переходять у надпровідний стан при їх охолодженні до певної критичної температури, як правило, нижче 20 K. Надпровідний перехід супроводжується переходом у зовсім новий фізичний стан речовини.

Так як опір провідника повністю зникає, то його провідність прямує до нескінченості. Згідно закону Джоуля-Ленца [26], потужність, яка виділяється в провіднику рівна 0, як результат електричний струм надпровідника є бездисипативним і незатухаючим.

Коли провідник переходить в надпровідний стан, то слабе магнітне поле не проникає в середину надпровідника – незалежно від того, чи було включене поле до і після переходу в надпровідний стан. А ідеальний провідник взагалі повинен охоплювати магнітний потік, що проходить крізь нього.

Магнітна індукція в середині надпровідника, за винятком тонкого шару поблизу поверхні товщиною $\lambda \sim 10^{-5}$ см, рівна нулю. Явище виштовхування магнітного поля з надпровідника, відоме як ефект Мейснера [27], як результат екземпляр поводить себе як ідеальний діамагнетик [6].

Термодинамічні властивості надпровідників відрізняються від звичайних властивостей металів. В квазічастинковому спектрі електричних збуджень існує заборонена область енергії. За рахунок цього теплоємність при низьких температурах не сильно залежить від руху електронів. Ширина забороненої зони суттєво залежить від температури [6].

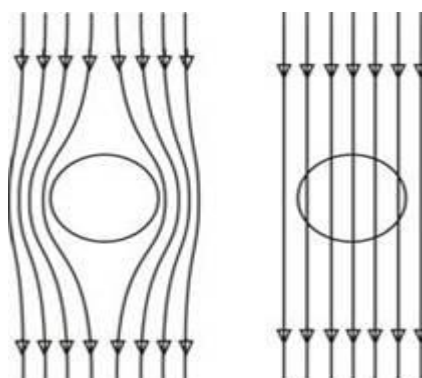


Рисунок 2.1. *Ефект Мейснера, що підтверджує явище надпровідності.*

При переході провідника до надпровідного стану відбувається об'єднання електронів в пари, кожна з яких має сумарний нульовий спін. Такі пари називаються куперівським парами. Заряд і маса куперівської пари рівна $2e$ і $2m$ відповідно. Куперівські пари утворюються внаслідок електрон-фононої взаємодії для звичайних надпровідників. Ці пари є бозе-частинками, через це утворюють бозе-конденсат, де фази хвильових функцій пар когерентні у всьому надпровіднику.

Хвильова функція для всього конденсату - $\psi(r) = \sqrt{n_s(r)}e^{-i\varphi(r)}$. Завдяки макроскопічній фазовій когерентності можна визначити квантові інтерференційовані ефекти в надпровіднику і використання надпровідних приладів в якості кубітів [28].

Макроскопічна фазова когерентність надпровідного стану визначається в ефекті Джозефсона [29].

2.2 Ефект Джозефсона

Джозефсонівські кубіти побудовані з надпровідних структур, які містять джозефсонівські контакти (ДК). ДК можна реалізувати стиком між двома надпровідниками, що розділяються тонким діелектриком [29].

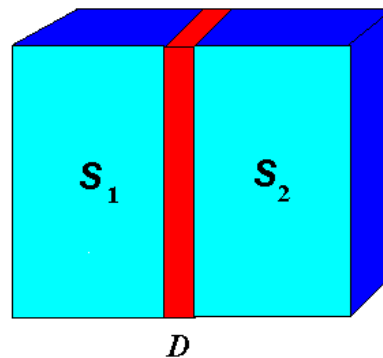


Рисунок 2.2 Джозефсонівські контакти, утворені при стику двома надпровідниками, що розділяються тонким діелектриком.

Надпровідники S_1 , S_2 описуються хвильовими функціями $\psi_1 = |\psi_1|e^{-i\varphi_1}$ і $\psi_2 = |\psi_2|e^{-i\varphi_2}$. У відсутності взаємодії між контактами, фази φ_1 , φ_2 когерентні для обох провідників. Через тунелювання між надпровідниками приводить до фазової когерентності системи з різницею фаз $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ на контакті. Особливістю надпровідного струму є те, що струм протікає через тунельний бар'єр діелектрика без опору. Звідси струм визначається через фазу квантово-механічної хвильової функції [6,29].

Розглянемо два ефекти Джозефсона:

- Стационарний ефект Джозефсона. Надпровідний струм, що проходить через тунельний бар'єр залежить від різниці фаз на контакті і визначається таким співвідношенням:

$$I = I_c \sin \varphi, \quad (2.1)$$

де критичний струм I_c – максимальне значення бездисипативного струму через контакт. При струму вище критичного з'являється дисипація на контактах і виникає напруга [71].

- Нестационарний ефект Джозефсона. Друге рівняння Джозефсона описує залежність напруги і похідною від фази по часу на контактах :

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.2)$$

Якщо прикласти постійну напругу до ДК, то відбуватиметься осциляція струму з частотою :

$$\omega = \frac{2e}{\hbar} V. \quad (2.3)$$

Характеристики ДК:

- Енергія джозефсонівського зв'язку $E(\varphi)$ викликає наявність різниці фаз φ [46,47,48,49]:

$$E(\varphi) = E_j(1 - \cos\varphi), \quad (2.4)$$

де E_j – характерна енергія джозефсонівського зв'язку.

- ДК є нелінійним індуктивним елементом. Звідси індуктивність системи має вигляд :

$$L_j = \frac{\hbar}{2e I_c \cos\varphi}. \quad (2.5)$$

Нелінійна залежність джозефсонівської індукції є необхідною умовою для реалізації кубітів на основі джозефсонівських контактів :

- На обкладинках тунельного контакту накопичується заряд $q = CV$. Характерна зарядова енергія для однієї куперівської пари складає :

$$E_c = \frac{(2e)^2}{2C}. \quad (2.6)$$

2.2 Стани кубіта

Квантовий простір для станів кубіта представлений у двовимірному гільбертовому просторі. Вектор довільного стану кубіт є когерентною лінійною суперпозицією базисних станів :

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

де α, β – комплексні числа, що задовільняють умові нормування $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, вектори $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ – ортономовані базисні стани.

Переваги квантового біта над звичайним бітом полягає в тому, що він може перебувати в суперпозиційному стані. Квантову суперпозицію неможливо спостерігати, але при її дослідженні, можна виміряти ймовірності знаходження атома в тому чи іншому стані. Базисні стани кубіта можна вибирати довільним чином, враховуючи повороти в двовимірному просторі станів. Простими словами кубіт – це набір квантових станів.

Гільбертів простір квантового біта можна представити у тривимірному просторі, використовуючи сферу Блоха [30]. Якщо вираз (2.7) представити у вигляді

$$|\psi(t)\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{-i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle, \quad (2.8)$$

то дійсні параметри θ і φ визначають точку на сфері як зображено на рис. Вектор, що з'єднує початок координат з точкою на сфері, задає геометричну інтерпретацію вектора станів $|\psi(t)\rangle$. Сфера Блоха – сфера одиничного радіуса в тривимірному просторі. Змінна положення вектора відповідає динамічній еволюції дворівневої системи.

Надпровідні системи можна сконструювати таким чином, щоб вони поводитися як макроскопічні штучні атоми. Дослідження надпровідних систем можуть дати відповіді на такі ключові фундаментальні питання, що

стосуються квантової когерентності, квантової динаміки та процесів декогеренції в твердих тілах квантових систем.

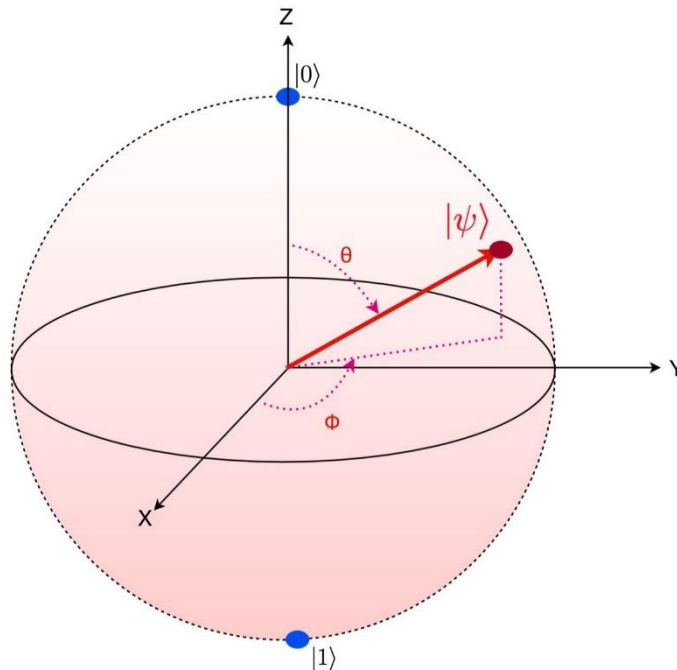


Рисунок 2.3. Представлена сфера Блоха, яка описує стан квантового біта. Стан системи кубіта можна зобразити на сфері Блоха, і керувати ним двома різними способами. Кути φ і θ на сфері Блоха відповідають поздовжньому і поперечному часу t_θ і t_φ . Час енергетичної релаксації t_θ змішує числа нижнього та верхнього рівнів. Час дефазування t_φ визначає втрату кубітом фазової пам'яті. Час декогеренції визначається з співвідношення $t_q^{-1} = t_\theta^{-1} + t_\varphi^{-1}$ [6,30].

Квантові надпровідні системи макроскопічні за масштабом працюють при температурах мілі-Кельвіна, для підтримки надпровідного стану зменшення кількості теплових збурень в системі. Подібно до природніх атомів у них теж дискретний набір рівнів енергії, тому часто їх називають надпровідними штучним атомами (НША). Однак, на відміну від природніх атомів, НША можуть бути штучно спроектовані, а енергетичний рівень можна регулювати за допомогою зовнішніх джерел.

Таким чином кубіти можна контролювати мікрохвилями, напругою, магнітними полями та струмом за допомогою інтегрованих інструментів на мікросхемі.

Надпровідні системи складаються з коливального контуру (RLC-контур), але також можуть містити нелінійні елементи, такі як ДК. Окрім ДК контур складається з котушки, конденсаторів та інших електронних елементів. LC-контур відіграє роль гармонічних осциляторів, але проблема в тому, що вони мають нескінчену кількість рівномірно розташованих енергетичних рівнів енергії.

Таким чином неможливо визначити два найнижчі рівні. ДК надають системі нелінійності через ангармонізм енергетичних рівнів, тому два найнижчі рівні можуть бути використані для кодування кубіта. Ще одним важливим аспектом є те, що вони як і інші елементи ланцюга мають незначне розсіювання енергії.

Отже, надпровідні кубіти – це квантові інтегровані схеми, які складаються з джозефсонівських контактів, створені сильними елементами і надпровідними петлями з типовими частотами переходу в гігагерцовому діапазоні 1–10 (ГГц). Для того, щоб ці ланцюги були квантово механічними, необхідне виконання ряду умов:

- Відсутність дисипації – всі металеві складові ланцюга повинні складатися з надпровідників. При цьому збудження квазічастинок в надпровіднику повинні бути “заморожені”.
- Низький рівень шумів – система вправі існувати при низьких температурах $\sim 10^{-3} - 10^{-2} \text{ K}$. А енергія теплових флуктуацій повинна бути малою порівняно з відстанню між основним та збудженим рівнями кубіта.
- Нелінійна індуктивність – необхідно виділити два близько розташовані енергетичні рівні, таким чином можна буде знехтувати рівнями, що

лежать вище. Такий процес можна досягти завдяки суттєвої нелінійності на джозефсонівської індуктивності .

Квантова інформація може бути закодована різними шляхами: в кількості надпровідних електронів на маленькому островці (зарядовий кубіт [31]), у напрямку струму навколо петлі (потоківий кубіт [33]), в коливальних станах контуру(фазовий кубіт [32]) .

2.3 Види інтегрованих схем квантового біта

Зарядовий кубіт можна уявити як скриньку для куперівських пар, підключену до одного або двох джозефсонівських контактів. Два ДК утворюють надпровідний пристрій квантових перешкод.

Через ємність затвора на острівці подається напруга, щоб керувати відстанню між енергетичними рівнями в кубіті. Якщо різниця енергій ΔE на острівці значно вища за теплову енергію $k_B T$, де k_B – стала Больцмана і T – температура середовища кубіта, в цьому випадку тільки куперівські пари можуть когерентно проходити через ДК.

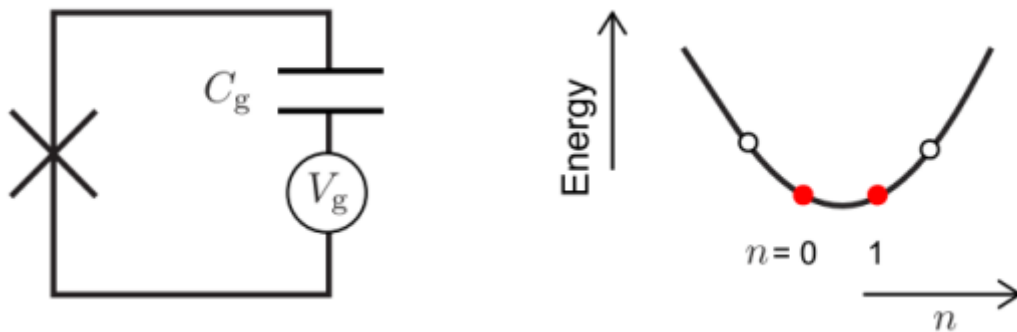


Рисунок 2.4. Зарядовий кубіт складається з ДК з'єднаного з конденсатором на який подається напруга.

В зарядовому кубіті в режимі $E_c > E_j$, число куперівських пар на ящику добре визначена, а фаза зазнає сильних флуктуацій. У базисі зарядових станів гамільтоніан має вигляд :

$$H = \sum_n \left[E_c (\hat{n} - n_g)^2 |n\rangle \langle n| - \frac{1}{2} E_j (|n\rangle \langle n+1| + |n+1\rangle \langle n|) \right]. \quad (2.9)$$

Другий доданок у гамільтоніані описує джозефсонівське тунелювання [34]. Значення змінної $n_g = n + \frac{1}{2}$ відіграє роль точки в якій відокремлені два найнижчі енергетичні рівні від верхніх, таким чином система зводиться до двохрівневої з двома станами.

Важливою властивістю для реалізації дворівневої системи – це можливість контролювати змінну відстані між рівнями і власних власних

станів, змінюючи напругу на зовнішньому затворі. Тобто напруга грає роль керуючого параметра.

- 1) Фазовий кубіт складається з одного джозефсонівського контакту в системі із заданим струмом. Стани кубіта залежать від різниці фаз на JJ-контакті. В квантовому режимі система описується Гамільтоніаном:

$$H = -E_c \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} - E_j \cos(\varphi) + \frac{\hbar}{2e} I \varphi. \quad (2.10)$$

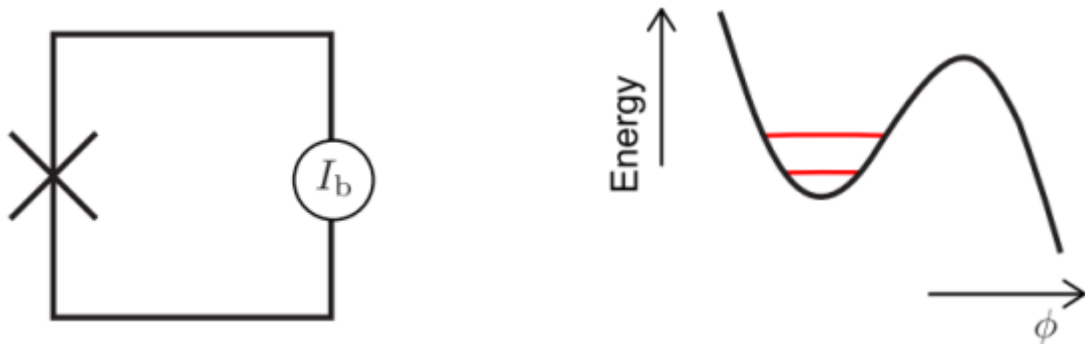


Рисунок 2.5. Фазовий кубіт складається з ДК, на які подається струм.

В фазовому режимі $E_j \gg E_c$ і при струмі, меншого за критичний струм на контакті $I < I_c$, частинка локалізована в одній із потенціальних ям. При цьому два найнижчі рівня утворюють базисні стани кубіта $|0\rangle$ і $|1\rangle$.

- 2) Потоковий кубіт складається з надпровідного контуру, в якому розміщено один або декілька ДК. Цей кубіт є аналогом частинки з анізотропною масою, що рухається в двовимірному періодичному потенціалі. Така модель кубіта реалізується в режимі $E_j \gg E_c$, де один з ДК менший за площею, маючи менший критичний струм, ніж два інші, які збільшують індуктивність на петлі. Квантовий Гамільтоніан має вигляд:

$$H = E_c \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} - E_j \cos \left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) + \frac{1}{L} (\Phi - \Phi_0)^2. \quad (2.11)$$

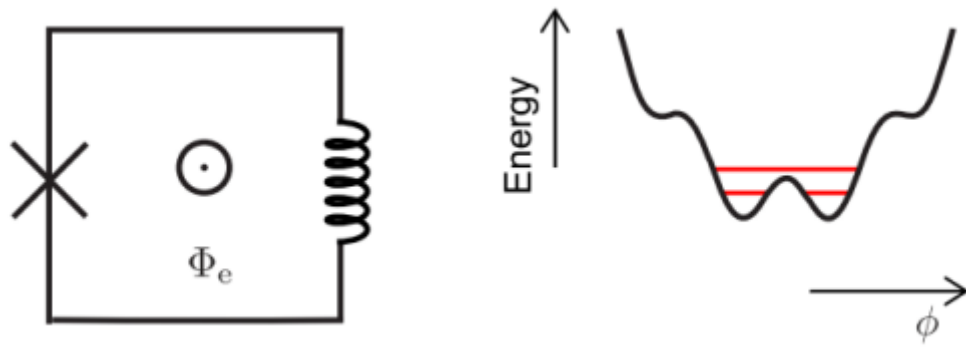


Рисунок 2.6. *Потоковий кубіт складається з ДК через який проходить магнітний потік та котушки індуктивності.*

Ланцюги з поточкових кубітів на основі трьох контактів дозволяють зменшити розмір петлі зберігаючи велику індуктивність. Такі схеми широко застосовуються на пристроях з штучними атомами. Магнітний потік, що проходить через надпровідний контур, використовується для регулювання потенціальної енергії ланцюга, при цьому змінюючи його енергію між рівнями.

Потенціальна енергія квантової системи при зовнішньому застосуванні магнітного потоку $\Phi_e = \frac{\Phi_0}{2}$ та достатньо великій індуктивності кільця $\beta = 2\pi \frac{LI_c}{\Phi_0} > 1$ має вигляд двохямного симетричного потенціалу, тоді власні функції стають симетричною та антисиметричною суперпозицією базисних станів. За допомогою його мінімумів можна визначити два стабільних стани кільця $|\Phi_1, \vec{0}\rangle$ і $|\Phi_2, \vec{0}\rangle$.

Ці стани відповідають незгасаючим струма в кільці з протилежними напрямками. Стани $|0\rangle$ і $|1\rangle$ – базисні стани кубіта, які є когерентними суперпозиційними станами струмів, що проходять за і проти часовою стрілкою. Тому стани $|\Phi_1, \vec{0}\rangle$ і $|\Phi_2, \vec{0}\rangle$ теж є лінійною суперпозицією для сукупності куперівських пар. Когерентна суперпозиція струмових станів в ВЧ-СКВІД вперше спостерігалась в спектроскопії групою дослідників в Stony Brook University в 2000 р.

- 3) Один із найбільш перспективних джозефсонівських кубітів, що активно вивчаються на сьогодні є саме потоковий кубіт реалізований на трьох ДК в надпровідному контурі. Використання такої структури в контурі дозволяє при малій геометричній індуктивності кільця створювати бістабільний потенціал. Це дає змогу зменшити розміри системи. У такий спосіб можна обмежити її взаємодію з оточення, тобто зменшити вплив зовнішніх електромагнітних шумів на кубіт.

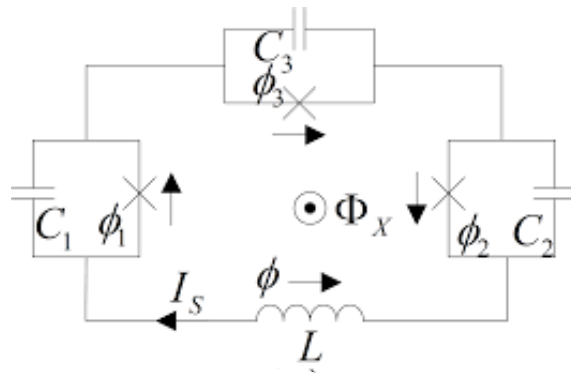


Рисунок 2.7. Схематичне зображення системи потоковий 3ДК кубіт, де один з трьох контактів менший за два інші.

На рисунку 2.7 зображена схема 3ДК кубіта. Два контакти мають однакову джозефсонівську енергію E_J , а третій відрізняється на множник α .

Для виконання квазістаціонарності потрібно знехтувати індуктивністю надпровідного контуру та прикласти активний опір. Гамільтоніан потокового кубіта з трьома ДК 1, 2 і 3, які мають критичні струми I_c , I_c і αI_c ($\alpha \in [0,5 ; 1]$), можна записати у вигляді:

$$H = -\sum_{k=1}^n \frac{\hbar \omega_{x_k}^r}{2} \frac{\partial^2}{\partial \left(\xi_{x_k}^r \right)^2} + U \quad (2.12)$$

де $U(x_1 \dots x_n) = E_J(2 + \alpha - 2\cos\theta\cos\varphi + \alpha\cos(2\pi f_z - 2\theta))$.

Тут узагальнені координати виражені через фази контактів $\theta = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = x_1$, $\varphi = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = x_2$. Магнітний потік через надпровідний контур можна вважати заданими в будь-який момент часу. Справедлива така умова $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi \left(f_z + \frac{1}{2}\right)$, де $|f_z| \ll 1$. Згідно розрахунків двоямний профіль потенціальної енергії 3ДК кубіта існує тільки при умові $|f_z| \ll 1$, а при значеннях $|f_z| \approx 0,07$ він зникає.

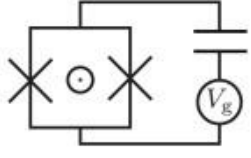
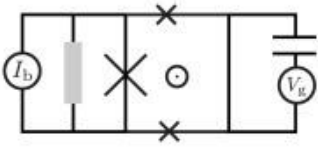
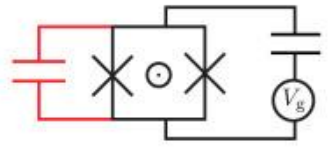
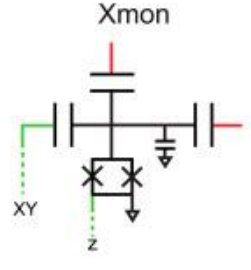
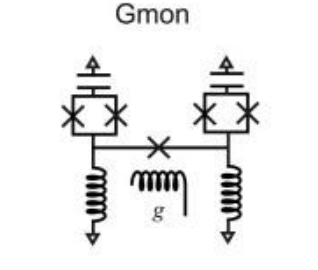
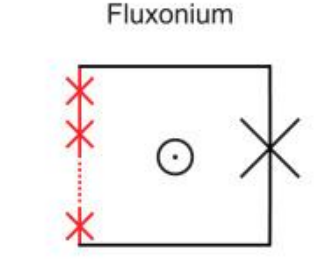
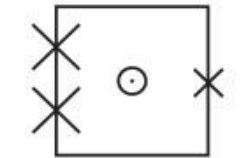
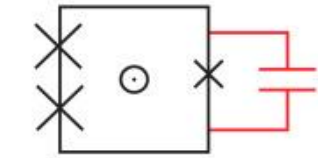
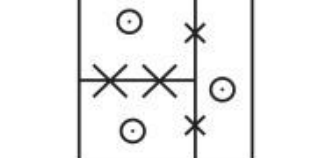
Circuit	Split Cooper-pair box	Quantronium	Transmon
			
Features	Tunable Josephson energy	Charge-flux qubit	Charge noise reduction
Circuit	Xmon	Gmon	Fluxonium
			
Features	Connectivity	Tunable coupling	Charge noise reduction
Circuit	3-junction flux qubit	C-shunt flux qubit	Tunable-gap flux qubit
			
Features	Reduction of loop size	Charge noise reduction	Tunability

Рисунок 2.8. *Різні модифікації трьох основних надпровідних кубітів [35]*

Для того щоб зменшити час декогеренції, а також мати повний контроль над станами кубіта, були вдосконалені та модифіковані різні види реалізації кубітів, утворюючи їх різні конструкції. На рисунку 2.8 наведено основні вдосконалення для кожної схеми.

В перших зарядових і потокових кубітах час узгодженості становив декілька наносекунд. В схемі квантроніум змогли збільшити час узгодженості в колі, де енергія ДК приблизно рівна енергії заряду, так як цей кубіт діє в проміжному режимі між зарядовим та потоковим. Час життя кубіта для цієї схеми порядку 500 нс.

Зменшення розміру контуру потокового кубіту призведе до зменшення його чутливості до шуму, але натомість підвищить чутливість до шуму заряду. Щоб позбутися цієї проблеми в схемі ЗДК до меншого контакту підключають конденсатор, в результаті чого відбувається підвищення часу узгодженості.

Для усунення струмового шуму, що виникає внаслідок асиметричної конструкції триконтурних потокових-кубітів, введені чотирьохперехідні потокові кубітні схеми.

Замінивши малий ДК в ЗДК на надпровідний квантовий інтерферометр (СКВІД) можна повністю контролювати кубіт магнітним потоком через петлю СКВІД.

Щоб збільшити час життя зарядових кубітів було запропоновано реалізація кола, така як трансмоновий-кубіт [36]. У цю конструкцію додається великий конденсатор для керування переходами кубіта. Це покращення дозволяє зменшити зарядовий шум, але за рахунок меншої агармонічності, зменшується швидкість роботи кубіта.

2.3 Резонатори. Типи резонаторів

Дві найважливіші компоненти в квантовій електродинаміці – природні атоми і оптичні порожнини. Резонатори для мікрохвильових фотонів замінюються оптичними порожнинами. Вони побудовані з елементів електричного кола. Основне призначення – це збереження або передавання фотонів. Такі резонатори можуть утворювати квантовий автобус для передачі квантової інформації між надпровідними атомами. Різниця між цими резонаторами та оптичним резонатором – перші можуть перебувати в декількох режимах, тоді як другий тільки в одному. Гамільтоніан для LC осцилятора записується:

$$H = \frac{q^2}{2C} + \frac{\phi^2}{2L}, \quad (2.14)$$

де ϕ – потік через котушку.

Найпростіший резонатор складається з конденсатора під'єднаного до котушки індуктивності. Існують й інші види резонаторів: надпровідні порожнини, резонаторні лінії передачі та хвилеводи.

Надпровідні резонатори – це коробки на мікросхемі для мікрохвильових фотонів, які ведуть себе як квантові гармонічні осцилятори. На відміну від ферміонних кубітів вони поведуть себе як бозони. Надпровідна лінія передачі подається у вигляді компланарного хвилевода. Частота резонаторної лінії передачі може осцилювати в різних діапазонах. Регулювання частоти резонаторної лінії передачі мають важливе застосування для обробки квантової інформації. Частоту можна контролювати шляхом зміни індуктивності резонатора або його граничних умов.

Важливою функцією резонатора є забезпечення зворотного зв'язку між активним елементом та лазерним середовищем для отримання незатухаючих коливань. Ймовірність самовільного випускання фотонів зростає із тривалим перебуванням атома під дією лазера. В установках в основному застосовується

оптичний відкритий резонатор. Зазвичай такий резонатор складається з двох розміщених паралельно дзеркал. В оптиці така конфігурація називається інтерферометром Фабрі-Перо [37]. Однак, для лазера в якості простоти налаштування використовуються оптичні резонатори з сферичними дзеркалами. Різниця між звичайними і сферичними дзеркалами – фокусна відстань відбиваючих елементів і відстань між самими дзеркалами.

Будь-які відбивання чи проходження хвилі можуть характеризуватися втратами інформації, тобто дисипацією системи. Це можуть бути втрати за період проходження хвилі від одного до іншого дзеркала. Або відносні втрати за одиницю часу, що відзначаються на періоді життя фотона в резонаторі. Можливі такі прояви дисипації як теплова, втрати на спонтанне випромінювання, розсіяння, недосконалість дзеркал тощо. При виборі резонатора потрібно враховувати його втрати, тому оптичні резонатори намагаються конструювати з високою добротністю .

Кількістю мод, які підсилюють лазерний потік, визначається одномодовий чи багатомодовий режим. Лазерні моди – це власні частоти лазерного резонатора. Затримаємось на одномодову режимі, так як в цьому режимі можна отримати найбільш якісне лазерне випромінювання. Для цього необхідно, щоб лінійна довжина резонатора рівнялася довжині хвилі.

Розглянемо, які існують типи резонаторів:

- ✚ Плоскопаралельний [Фабрі-Перо] – це резонатор з двома однаковими плоскопаралельними брегівськими дзеркалами. В будову яких покладено багат шарові діелектричні або напівпровідникові структури.
- ✚ Конфокальний – це резонатор з двома однаковими сферичними дзеркалами, в яких співпадають осі і фокусні відстані. Для цього типу резонаторів характерне низьке юстирування дзеркал, проте активна область використовується неефективно. І дифракційні втрати відносно

нижчі ніж в брегівських дзеркал за рахунок того, що поле сконцентроване біля осі.

- ✚ Напівконфокальний – це резонатор в якого одне плоске дзеркало, а інше сферичне дзеркало з радіусом кривизни вдвічі більшим за лінійну довжину резонатора. Властивості такого резонатора подібні до конфокальних резонаторів з подвоєною довжиною.
- ✚ Концентричний – це резонатор з двома сферичними дзеркалами, в якого співпадають осі і центри кривизни. Важливим моментом є те, що для цього типу резонаторів, різко зростають дифракційні втрати.
- ✚ Напівконцентричний – це резонатор з одним плоским дзеркалом, а іншим сферичним, властивості якого співпадають з концентричним.
- ✚ Кільцевий – це оптичний резонатор, який складається з трьох і більше дзеркал. Дзеркала розташовані так, що світло відбивається послідовно від кожного з них, здійснюючи повний поворот. Таким чином світло поширюється в одному напрямку по замкненій траєкторії.

2.5 Квантування електричного кола

Для того, щоб провести процедуру квантування електричного кола, необхідно записати Гамільтоніан через Лагранжіан, узагальнені координати та імпульс. В цьому розділі розглянуто основні пункти написання Гамільтоніана для кубіта побудованого на ДК.

Електричне коло – це набір електричних елементів на схемі, з'єднаних через вузли. Узагальнені координати записують для цього кола представлені у вигляді магнітного потоку через вузли:

$$\Phi_n(t) = \int_{-\infty}^t V_n(t') dt', \quad (2.15)$$

де V_n – напруга у вузлі n .

Узагальнений імпульс представлений у вигляді заряду у вузлах:

$$Q_n(t) = \int_{-\infty}^t I_n(t') dt', \quad (2.16)$$

де I_n – струм у вузлі n .

Згідно законів Кіргофа [39] : число ступенів свободи в колі може зменшуватись, якщо на ділянці кола нульове падіння напруги навколо контуру, тобто:

$$\sum_{a \text{ навколо } l} \Phi_a = \Phi_{\text{зов.}}, \quad (2.17)$$

де $\Phi_{\text{зов.}}$ – зовнішній магнітний потік через l , Φ_a – магнітний потік навколо контуру l .

Зовнішнє магнітний потік є кватованим:

$$\Phi_{\text{зов.}} = m\Phi_0, \quad (2.18)$$

де $m \in Z$, $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ – квант потоку (e - елементарний заряд, h – стала Планка).

Застосування перетворення Лежандра дає нам Гамільтоніан H , який записується:

$$H = \sum_n \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}_n} \dot{\Phi}_n - \mathcal{L}, \quad (2.19)$$

де $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}_n} = Q_n$ – узагальнений імпульс, \mathcal{L} – функція Лагранжа.

Записавши комутаційне співвідношення для узагальнених координат та імпульсу ми переходимо до квантового Гамільтоніана:

$$\left[\Phi_n, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}_m} \right] = i\hbar \delta_{nm}, \quad (2.20)$$

де δ_{nm} – символ Кронекера, \hbar – зведена стала Планка.

Надпровідні кола складаються з трьох елементів : конденсатори, індуктори та Джозефсонівські контакти (ДК). ДК побудований з надпровідників з'єднаних через діелектрик, які описуються енергією Джозефсона E_J , та паралельно розміщеного конденсатора C_J .

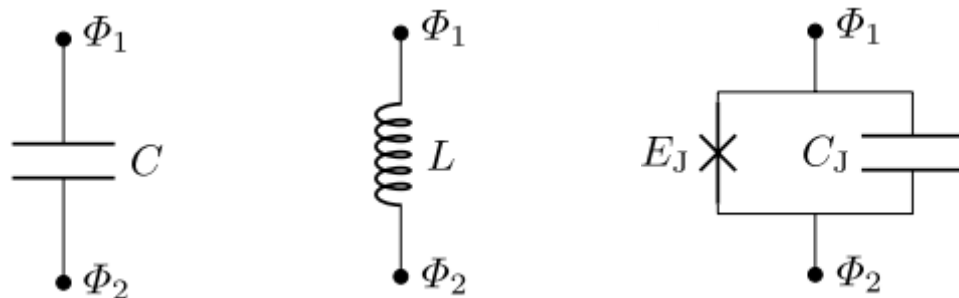


Рисунок 2.9. Зліва на право зображено конденсатор, котушку індуктивності, Джозефсонівські контакти.

Енергія конденсатора з ємністю C з'єданого з вузлами, описується через потоки Φ_1 , Φ_2 в цих вузлах :

$$\frac{CV^2}{2} = \frac{C(\Phi_1 - \Phi_2)^2}{2}, \quad (2.21)$$

де V – напруга, що протікає через конденсатор.

Енергія індуктора з індуктивністю L записується:

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{(\Phi_1 - \Phi_2)^2}{2L}, \quad (2.22)$$

де I – струм, що проходить через індуктор.

З рівнянь (2.21), (2.22) можна записати відповідні Лагранжіани, враховуючи, що $\dot{\Phi}$, Φ аналоги кінетичної та потенціальної енергії :

$$\mathcal{L}_C = \frac{C(\Phi_1 - \Phi_2)^2}{2} \quad (2.23)$$

$$\mathcal{L}_L = -\frac{(\Phi_1 - \Phi_2)^2}{2L} \quad (2.24)$$

Щоб записати Лагранжіан для ДК, використаємо рівняння Джозефсона, які дають зв'язок надпровідного струму I_J і напруги $V(t)$ з магнітним потоком на контактах:

$$I_J = I_c \sin \phi, \quad (2.25)$$

$$\dot{\phi} = \frac{2e}{\hbar} V(t), \quad (2.26)$$

де $\phi = 2e \left(\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\hbar} \right) = \frac{2\pi(\Phi_1 - \Phi_2)}{\Phi_0}$ – різниця фаз на контактах.

Використовуючи (2.25) і (2.26) можна знайти енергію ДК:

$$\int_{-\infty}^t I(\tau) V(\tau) d\tau = E_J (1 - \cos \phi), \quad (2.27)$$

де $E_J = \frac{\hbar I_c}{2e}$ – енергія Джозефсона.

Тоді Лагранжіан для ДК набуде вигляду:

$$\mathcal{L}_{\text{ДК}} = \frac{C_J(\Phi_1 - \Phi_2)^2}{2} - E_J (1 - \cos \phi). \quad (2.28)$$

З (2.28) зауважимо, що функція для ДК є нелінійною. Ця нелінійність важлива для надпровідної системи, щоб перевести її в кубіт. ДК можна контролювати частоту переходу кубіта.

Висновки до розділу 2

Суттєвою перевагою квантового біта над класичним є зберігання, кодування та передача інформації, яка зберігається в станах системи. Якщо класична машина може перебувати тільки в одному базисному стані, то квантова машина перебуває в суперпозиційному стані, це надає домінування виконання процесів квантовою машиною над звичайною.

Дослідження різних типів кубітів дозволяє створювати стійкі до шумів та теплових втрат системи, збільшувати їх час життя. Це дає поштовх до розвитку нових моделей однофотонних випромінювачів.

РОЗДІЛ 3

ДВОРІВНЕВИЙ АТОМ В РЕЗОНАТОРІ

1.1 Осциляції Рабі в одномодовому полі

Модель Джейнса-Каммінгса [40] описує фундаментальну установку квантової оптики, в якій дворівнева система з'єднана з одномодовим резонатором. Ця модель дає математичне пояснення різним квантовим явищам, таким як генерація станів, їх перенесення та зберігання. Розглянемо одну з найпростіших моделей та дослідимо її.

Розглянемо дворівневий атом, який зв'язаний з резонатором.

Повний гамільтоніан системи має вигляд:

$$H = H_Q + H_R + H_{Q \rightarrow R}, \quad (3.1)$$

де H_Q, H_R – енергія атома та поля випромінювання відповідно, а $H_{Q \rightarrow R}$ – гамільтоніан їх взаємодії.

Гамільтоніан одномодового резонатора H_R , з частотою коливань ω_r , записується як [35]:

$$H_R = \hbar\omega_r(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}), \quad (3.2)$$

де a і a^\dagger – оператори знищення і народження фотона в моді резонатора. Ці оператори взаємно-спряжені, тому справедливі такі комутаційні співвідношення:

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1, [\hat{a}, \hat{a},] = 0, [\hat{a}^\dagger, \hat{a}^\dagger,] = 0. \quad (3.3)$$

Дія операторів a і a^\dagger на стан поля описується такими співвідношеннями:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \hat{a}^\dagger|n-1\rangle = \sqrt{n}|n\rangle, \quad (3.4)$$

де $|n\rangle$ – це n -фотонний стан.

Переходи між рівнями атома можна описати за допомогою матриць Паулі [37]:

$$\hat{\sigma}_+ = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \hat{\sigma}_- = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad (3.5)$$

при чому оператори задовільняють таке комутаційне співвідношення:

$$[\hat{\sigma}_+, \hat{\sigma}_-] = \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- - \hat{\sigma}_- \hat{\sigma}_+ = \hat{\sigma}_z. \quad (3.6)$$

Оператор $\hat{\sigma}_-$ переводить атом із збудженого стану $|e\rangle$ до основного стану $|g\rangle$, тоді як $\hat{\sigma}_+$ переводить атом із основного до збудженого стану.

$$\hat{\sigma}_- |e\rangle = |g\rangle \quad (3.7)$$

$$\hat{\sigma}_+ |g\rangle = |e\rangle \quad (3.8)$$

Гамільтоніан дворівневого атома з частотою переходу між рівнями ω_a запишемо у вигляді:

$$H_Q = \frac{1}{2} \hbar \omega_a \hat{\sigma}_z. \quad (3.9)$$

Гамільтоніан взаємодії атома з резонатором представлений у вигляді [35]:

$$H_{Q \rightarrow R} = \hbar g \hat{\sigma}_x (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (3.7)$$

з відповідною силовою константою зв'язку g . Оператор $\hat{\sigma}_x$ зручно записати у вигляді $\hat{\sigma}_x = \hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-$, тоді добуток $\hat{\sigma}_x (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$ можна записати таким чином:

$$\hat{\sigma}_x (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) = \hat{\sigma}_+ \hat{a}^\dagger + \hat{\sigma}_- \hat{a} + \hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger. \quad (3.8)$$

Вираз (3.8) складається з чотирьох доданків, де $\hat{\sigma}_- \hat{a}$ описує процес переходу атома з верхнього стану в нижній із знищенням фотону та втратою енергії, $\hat{\sigma}_+ \hat{a}^\dagger$ навпаки описує процес із випусканням фотону та збільшенням енергії. Доданок $\hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger$ описує процес переходу атома в нижній стан із випусканням фотону, а доданок $\hat{\sigma}_+ \hat{a}$ описує протилежний процес, при цьому зберігаючи енергію. В (3.8) першими двома доданками можна знехтувати, так як вони описують швидкозмінні процеси та врахувавши умови, коли

$$|\omega_a - \omega_r| \ll \omega_a + \omega_r, \quad (3.9)$$

$$g \ll (\omega_a, \omega_r). \quad (3.10)$$

Загальна кількість збуджень в системі зберігається: $\hat{N} = \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- + a^\dagger a$, де \hat{N} – оператор кількості збуджень. Тому справедлива така тотожність [38]:

$$[\hat{N}, H] = 0. \quad (3.11)$$

Отже, гамільтоніан системи перепишемо у вигляді:

$$H = H_0 + H_1, \quad (3.12)$$

де

$$H_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_a \hat{\sigma}_z + \hbar \omega_r a^\dagger a, \quad (3.13)$$

$$H_1 = \hbar g (\hat{\sigma}_+ \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-) \quad (3.14)$$

Розглянемо Гамільтоніан в представленні взаємодії, для цього реалізуємо унітарне перетворення [39]:

$$U = \exp\left(\frac{iH_0 t}{\hbar}\right) H_1 \exp\left(-\frac{iH_0 t}{\hbar}\right), \quad (3.15)$$

Розпишемо рівняння (3.15), застосовуючи формулу Кемпбелла-Бейкера-Хаусдорфа (К-Б-Х) [12]:

$$e^{\lambda X} H e^{-\lambda X} = H + \lambda [H, X] + \frac{\lambda^2}{2!} [[H, X], H] + \dots, \quad (3.16)$$

отримаємо такі співвідношення:

$$e^{i\omega_r a^\dagger a t} a e^{-i\omega_r a^\dagger a t} = a e^{-i\omega_r t}, \quad (3.17)$$

$$e^{\frac{1}{2}i\omega_a \hat{\sigma}_z t} \hat{\sigma}_- e^{-\frac{1}{2}i\omega_a \hat{\sigma}_z t} = \hat{\sigma}_- e^{-i\omega_a t}, \quad (3.18)$$

$$e^{i\omega_r a^\dagger a t} a^\dagger e^{-i\omega_r a^\dagger a t} = a^\dagger e^{i\omega_r t}, \quad (3.19)$$

$$e^{\frac{1}{2}i\omega_a \hat{\sigma}_z t} \hat{\sigma}_+ e^{-\frac{1}{2}i\omega_a \hat{\sigma}_z t} = \hat{\sigma}_+ e^{i\omega_a t}. \quad (3.20)$$

Використовуючи,

$$U = \hbar g (\hat{\sigma}_+ \hat{a} e^{i\Delta t} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_- e^{-i\Delta t}), \quad (3.21)$$

де $\Delta = \omega_a - \omega_r$ – розстройка між частотами атома та резонатора, запишемо рівняння руху для $|\psi\rangle$ та розв'яжемо його:

$$i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = U |\psi(t)\rangle. \quad (3.22)$$

Нехай в початковий момент часу дворівневий атом перебуває в збудженому стані, в резонаторі збуджень немає.

Тоді хвильова функція для початкового стану матиме вигляд:

$$|\psi_0\rangle = |0\rangle_r |e\rangle = \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle, \quad (3.23)$$

де $|\emptyset\rangle$ - це вакуумний стан (без збуджень).

В довільний момент часу вектор стану $|\psi(t)\rangle$ є лінійною суперпозицією станів $|0\rangle_r |e\rangle$ та $|1\rangle_r |g\rangle$. Тут $|0\rangle_r |e\rangle$ – стан системи, коли кубіт перебуває в збудженому стані з поглинанням фотону, а $|1\rangle_r |g\rangle$ – стан системи, коли кубіт перебуває в основному стані з випусканням фотону.

Дослідимо динаміку системи в довільний момент часу:

$$|\psi(t)\rangle = A(t) \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle + R(t) \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle, \quad (3.24)$$

де $A(t)$ і $R(t)$ – амплітуди ймовірності збудження атома та збудження в резонаторі відповідно.

Підставимо (3.21) в (3.24) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (A(t) \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle + R(t) \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle) = U (A(t) \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle + R(t) \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle) \quad (3.25)$$

Спроекуємо рівняння (1.25) на вектори $\langle\emptyset|\hat{\sigma}_-$ і $\langle\emptyset|\hat{a}$ врахувавши співвідношення: $\hat{\sigma}_+ |e\rangle = 0$, $\hat{\sigma}_+ |g\rangle = |e\rangle$, $\hat{\sigma}_- |e\rangle = |g\rangle$, $\hat{\sigma}_- |g\rangle = 0$, $\hat{a} |0\rangle_r = 0$, $\hat{a} |1\rangle_r = |0\rangle$, $\hat{a}^\dagger |0\rangle_r = |1\rangle_r$, $\hat{a}^\dagger |1\rangle_r = 0$, таким чином отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{A}(t) = -ig R(t) e^{i\Delta t} \\ \dot{R}(t) = -ig A(t) e^{-i\Delta t} \end{cases} \quad (3.26)$$

Продиференціюємо перше рівняння в (3.26) :

$$\ddot{A}(t) = -ig \dot{R}(t) e^{i\Delta t} + g\Delta R(t) \quad (3.27)$$

З першого рівняння (3.26) виразимо $R(t)$ і підставимо в рівняння (3.27):

$$\ddot{A}(t)(t) = -g^2 A(t) e^{i\Delta t} + i\Delta \dot{A}(t) \quad (3.28)$$

Розв'язок рівняння (3.28) шукаємо у вигляді $A(t) \sim e^{i\lambda t}$

Після нескладних розрахунків отримаємо:

$$\lambda_{\pm} = \frac{\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 + 4g^2}}{2}, \quad (3.29)$$

де $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + 4g^2}$ – частота Рабі [42].

Таким чином розв'язок р-ня запишемо у вигляді:

$$A(t) = A_+ e^{i\lambda_+ t} + A_- e^{i\lambda_- t}. \quad (3.30)$$

Враховуючи початкові умови системи, знайдемо

$$A_+ = \frac{\Delta + \Omega}{2\Omega}, \quad A_- = \frac{\Omega - \Delta}{2\Omega}. \quad (3.31)$$

Отже,

$$A(t) = a_0 \left(\cos \frac{\Omega t}{2} - \frac{i\Delta}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} \right) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \quad (3.32)$$

Підставимо отриманий розв'язок в р-ня (3.26) і отримаємо

$$R(t) = -a_0 \frac{2ig}{\Omega} \sin \frac{\Omega t}{2} e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \quad (3.33)$$

Рівняння (3.32) і (3.33) дають повний розв'язок задачі. З них можна знайти амплітуди ймовірності $|A(t)|^2$ і $|R(t)|^2$ перебування атома в стані $|g\rangle$ чи $|e\rangle$ з ймовірним збудженням в резонаторі.

При чому для нормованої ψ -функції справедлива така тотожність:

$$|A(t)|^2 + |R(t)|^2 = 1. \quad (3.34)$$

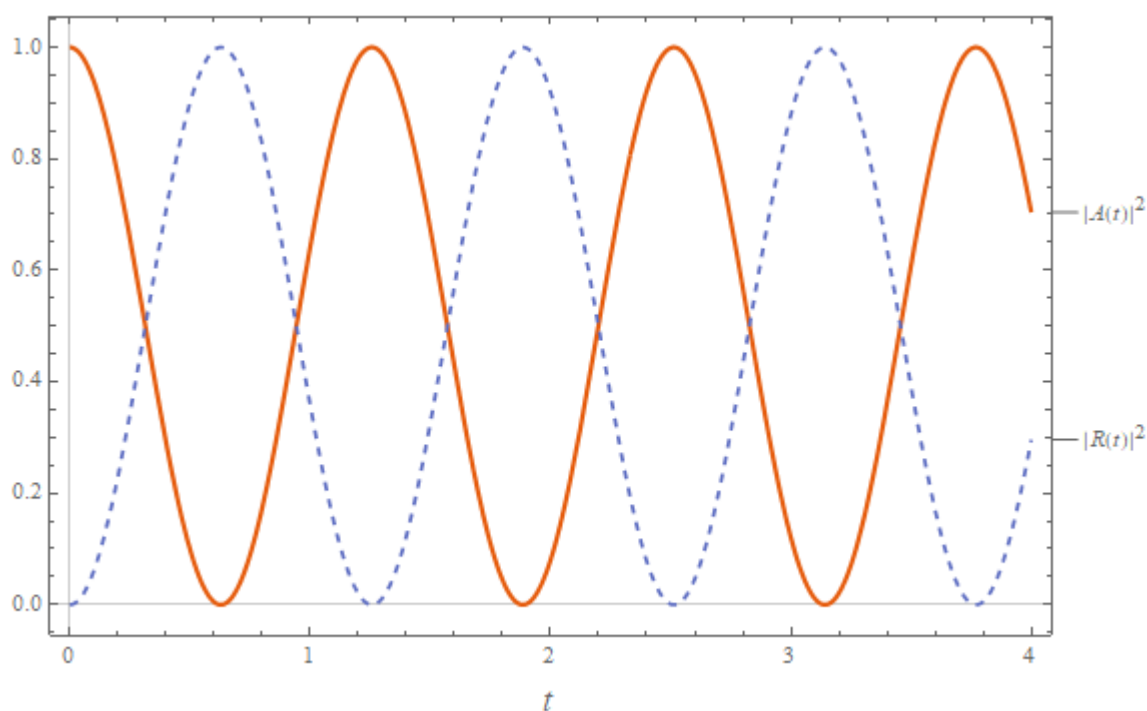


Рисунок 3.1 Суцільною лінією зображено осциляції дворівневого атома, пунктирною – збудження і знищення фотона в резонаторі.

На рис. 3.1. зображено графіки залежності амплітуди ймовірності для дворівневого атома та населення в резонаторі з часом. Відбувається обмін збудженнями між резонатором та атомом, такий обмін і є осциляціями Рабі.

1.2 Дисипація в резонаторі

Дослідимо тепер швидкість атомного затухання в резонаторі з витіканням. До системи “атом + резонатор” приєднаємо хвилевод, що складається із великого числа простих гармонічних осциляторів .

Для зручності розрахунків приймемо $\hbar = 1$.

Отож, перезапишемо Гамільтоніан (3.12) :

$$H = H_0 + H_1 + \hbar \int d\omega \omega b_\omega^\dagger b_\omega + \hbar \int d\omega f_\omega (\hat{b}_\omega^\dagger \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{b}_\omega), \quad (3.35)$$

де b_ω^\dagger і b_ω – оператори народження та знищення в хвилеводі з частотою ω , а останній доданок описує взаємодію резонатора і хвилевода з константою зв'язку f_ω .

За рахунок того, що моди хвилевода перебувають на близьких частотах можна знехтувати залежністю параметра f_ω від частоти:

$$f_\omega = f \quad (3.36)$$

Початкові умови такі ж як і в попередній задачі. Тобто, хвильова функція для такого стану має вигляд

$$|\Psi_0\rangle = |0\rangle_w |0\rangle_r |e\rangle = \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle, \quad (3.37)$$

де $|\emptyset\rangle = |0_w\rangle |0_r\rangle |g\rangle$.

Дослідимо динаміку системи та покажемо як швидкість витікання фотонів залежить від параметрів системи.

Запишемо хвильову функцію :

$$|\Psi(t)\rangle = A(t) \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle + R(t) \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle + \int d\omega W_\omega(t) \hat{b}_\omega^\dagger |\emptyset\rangle. \quad (3.38)$$

Спроекуємо ψ – функцію на стани $\langle\emptyset|\hat{\sigma}_-$, $\langle\emptyset|\hat{a}$, $\langle\emptyset|\hat{b}_\omega$.

Звідси отримаємо:

$$A(t) = \langle\emptyset|\hat{\sigma}_-|\Psi(t)\rangle \quad (3.39)$$

$$R(t) = \langle \emptyset | \hat{a} | \Psi(t) \rangle \quad (3.40)$$

$$\int d\omega W(t) = \langle \emptyset | \hat{b}_\omega | \Psi(t) \rangle \quad (3.41)$$

Відповідно для початкових умов отримаємо

$$\langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | \Psi(0) \rangle = 1 \quad (3.42)$$

$$\langle \emptyset | \hat{a} | \Psi(0) \rangle = 0 \quad (1.43)$$

$$\langle \emptyset | \hat{b}_\omega | \Psi(0) \rangle = 0 \quad (3.44)$$

Рівняння (3.39),(3.40),(3.41) записані в представленні Шредінгера [42], перепишемо їх в представленні Гейзенберга [42] :

$$A(t) = \langle \emptyset | \hat{\sigma}_-(t) | \Psi_0 \rangle \quad (3.45)$$

$$R(t) = \langle \emptyset | \hat{a}(t) | \Psi_0 \rangle \quad (3.46)$$

$$\int d\omega W_\omega(t) = \langle \emptyset | \hat{b}_\omega(t) | \Psi_0 \rangle \quad (3.47)$$

Використовуючи метод операторів Гейзенберга [12], отримаємо таку систему рівнянь:

$$\partial_t \hat{\sigma}_- = -i\omega_a \hat{\sigma}_- + ig \hat{\sigma}_z \hat{a} \quad (3.48)$$

$$\partial_t \hat{a} = -i\omega_r \hat{a} - ig \hat{\sigma}_- - if \int d\omega \hat{b}_\omega \quad (3.49)$$

$$\partial_t \hat{b}_\omega = -i\omega \hat{b}_\omega - if \hat{a} \quad (3.50)$$

Проінтегруємо (3.50):

$$\hat{b}_\omega = \hat{b}_\omega(0) e^{-i\omega t} - if \int_0^t d\tau e^{-i\omega(t-\tau)} \hat{a}(\tau) \quad (3.51)$$

Вираз (3.51) підставимо в (3.49)

$$\partial_t \hat{a} = -i\omega_r \hat{a} - ig \hat{\sigma}_- - if \hat{B}(t) - if^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^t d\tau e^{-i\omega(t-\tau)} \hat{a}(\tau), \quad (3.52)$$

де $\hat{B}(t) = \hat{b}_\omega(0) e^{-i\omega t}$,

$$\partial_t \hat{a} = -i\omega_r \hat{a} - ig \hat{\sigma}_- - if \hat{B}(t) - \pi f^2 \hat{a}(t), \quad (3.53)$$

$$\pi f^2 = \frac{\kappa}{2}, \quad (3.54)$$

де κ – швидкість витікання з резонатора.

Звідси слідує, що частота резонатора зміщується на величину $i\frac{\kappa}{2}$:

$$\varpi = \omega_r - i\frac{\kappa}{2}. \quad (3.55)$$

Отримали так систему рівнянь:

$$\begin{cases} \partial_t \hat{\sigma}_- = -i\omega_a \hat{\sigma}_- + ig \hat{\sigma}_z \hat{a} \\ \partial_t \hat{a} = -i\varpi \hat{a} - ig \hat{\sigma}_- - if \hat{B}(t) \\ \partial_t \hat{b}_\omega = -i\omega \hat{b}_\omega - if \hat{a} \end{cases} \quad (3.56)$$

Подіємо на оператори векторами $\langle \emptyset | | \Psi_0 \rangle$:

$$\begin{cases} (\partial_t + i\omega_a) \langle \emptyset | \hat{\sigma}_-(t) | \Psi_0 \rangle = ig \langle \emptyset | \hat{\sigma}_z(t) \hat{a}(t) | \Psi_0 \rangle \\ (\partial_t + i\varpi) \langle \emptyset | \hat{a}(t) | \Psi_0 \rangle = -ig \langle \emptyset | \hat{\sigma}_-(t) | \Psi_0 \rangle - if \langle \emptyset | \hat{B}(t) | \Psi_0 \rangle (\partial_t + i\omega) \\ (\partial_t + i\omega) \langle \emptyset | \hat{b}_\omega(t) | \Psi_0 \rangle = -if \langle \emptyset | \hat{a}(t) | \Psi_0 \rangle \end{cases} \quad (3.49)$$

Та використовуючи співвідношення :

$$\langle \emptyset | \hat{B}(t) | \Psi_0 \rangle = 0, \langle \emptyset | \hat{\sigma}_z(t) \hat{a}(t) | \Psi_0 \rangle = -\langle \emptyset | \hat{a}(t) | \Psi_0 \rangle. \quad (3.57)$$

отримаємо:

$$\begin{cases} (\partial_t + i\omega_a) A(t) = -ig R(t) \\ (\partial_t + i\varpi) R(t) = -ig A(t) \\ (\partial_t + i\omega) W_\omega(t) = -if R(t) \end{cases} \quad (3.58)$$

Знайдемо аналітично розв'язки системи (3.51) за допомогою перетворення Лапласа .:

$$A(t) = \frac{e^{p_1 t} (-2p_2 - 2i\delta - \kappa)}{2(p_1 - p_2)} + \frac{e^{p_1 t} (2p_1 + 2i\delta + \kappa)}{2(p_1 - p_2)}, \quad (3.59)$$

$$R(t) = \frac{3i(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})}{p_1 - p_2}, \quad (3.60)$$

$$W_{\omega}(t) = -fg \left(\frac{e^{p_1 t}}{(p_1 - p_2)(p_1 + i\omega)} - \frac{e^{p_2 t}}{(p_1 - p_2)(p_2 + i\omega)} - \frac{ie^{-it\omega}}{(p_1 + i\omega)(-ip_2 + \omega)} \right), \quad (3.61)$$

де

$$p_1 = -\frac{1}{4}i(2\delta - 2i\sqrt{-36 - (\delta - \frac{i\kappa}{2})^2} - i\kappa), \quad (3.37)$$

$$p_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{-36 - (\delta - \frac{i\kappa}{2})^2} - i(\delta - \frac{i\kappa}{2})), \quad (3.38)$$

$\delta = \omega_a - \omega_r$ – розстройка між дворівневним атомом та резонатором.

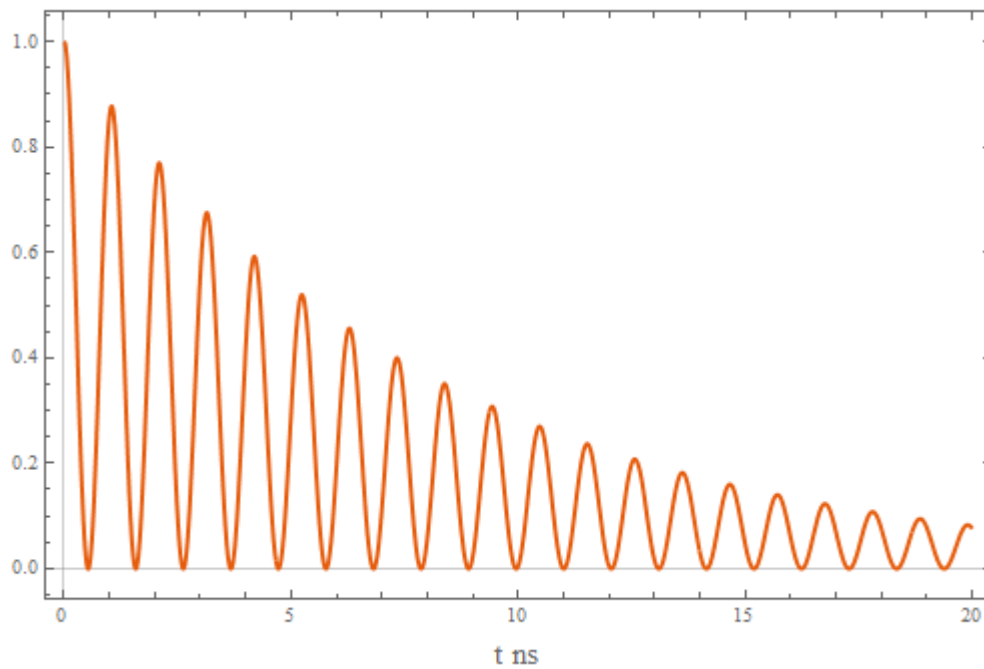


Рисунок 3.2 Розпад збудженого стану дворівневої системи

На рисунку 3.2. показано перехід кубіта із збудженого до основного стану з подальшим витіканням фотонів. Графік функції має вигляд затухаючої хвилі. Це пояснюється тим, що система у нас дисипативна, тому і виникає витік фотонів через хвилевод. Час розпаду кубіта залежить від швидкості витікання фотонів з резонатора.

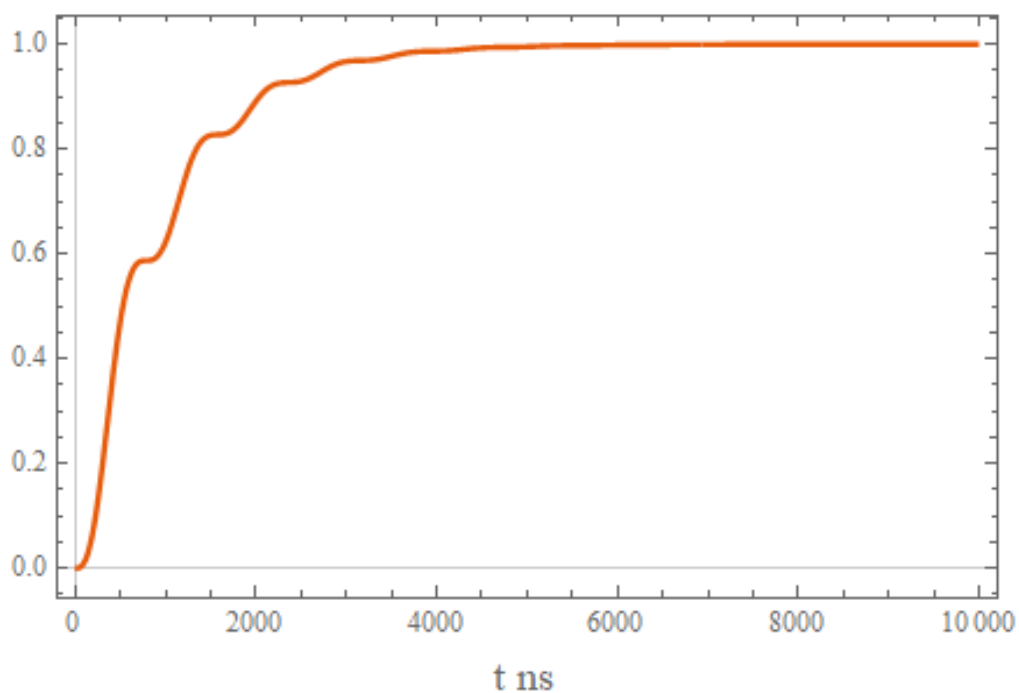


Рисунок 3.3. *Населення хвилевода на виході.*

На рисунку 3.3. показано, що через хвилевод витікає фотонна емісія, яка виділяється під час розпаду збудженого стану кубіта. З графіка можна сказати, вихідний сигнал фотонів складає 99,9%. Змінювання параметрів зв'язку, а саме κ , може впливати на час розпаду кубіта.

1.3 Режими зв'язку

За характером з'єднання розрізняють слабкий та сильний зв'язки, які утворюють чотири види режимів:

- I. Слабкий : $g \ll \kappa, \omega$ [43];
- II. Міцний : $\kappa \ll g \ll \omega$ [44];
- III. Ультрамідний: $\frac{g}{\omega} \leq 1$ [45];
- IV. Надміцний $\frac{g}{\omega} \geq 1$ [46];

Режими сильного та слабого зв'язку виконуються в наближенні хвилі, що обертається [47]. При слабкому зв'язку квантового випромінювача та резонатора, виникає різке зростання швидкості спонтанної емісії. Даний режим застосовується у поверхнево-випромінюючих лазерах з вертикальними резонаторами та світлодіодах.

Режим сильного зв'язку виникає, коли силова константа зв'язку між резонатором та джерелом спонтанної емісії значно вища за швидкість розпаду випромінювання. Згідно вище сказаної умови, енергетичні стани резонатора та емітера об'єднуються між собою, утворюючи нові стани для системи.

Ультрамідний та надміцний режими прямим фізичним зв'язком досягти складно, але чимало робіт присвячені їх дослідженню [48,49,50,51].

В цій роботі особлива увага припадає на дослідження дисперсного режиму [52] та із застосуванням для виконання поставленої задачі.

1.4 Дисперсний режим

В дисперсному наближенні, коли різниця між частотою переходу та частотою резонатора велика – прямий обмін енергією між ними не відбувається. Режим досягається коли

$$\Delta = \omega_a - \omega_r \gg g. \quad (3.62)$$

В дисперсному режимі Гамільтоніан Джейнса-Каммінсона можна наближено діагоналізувати, застосовуючи унітарне перетворення :

$$U_D = e^{\lambda(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_- - \hat{a} \hat{\sigma}_+)}, \quad (3.63)$$

де

$$\lambda = \frac{\Delta}{g} \ll 1. \quad (1.64)$$

Використовуючи розклад К-Б-Х (3.16) до другого порядку по λ , отримаємо ефективний Гамільтоніан, що описує систему “атом + резонатор” в дисперсному режимі:

$$H_{eff} = U_D^\dagger H U_D = \hbar \left(\omega_r + \frac{g^2}{\Delta} \hat{\sigma}_z \right) \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar \left(\omega_a + \frac{g^2}{\Delta} \right) \frac{\hat{\sigma}_z}{2}. \quad (3.65)$$

Власні стани ефективного і повного Гамільтонів збігаються. В (3.65) відсутні оператори, що описують взаємодію дворівневої системи з резонатором. Отже, отримали, що частота переходу атома ω_a збільшилась на величину $\frac{g^2}{\Delta}$. Подібне збільшення частоти ω_a називається лембівським зсувом [53]. А частота резонатора залежить від стану атома $\omega_r + \frac{g^2}{\Delta} \hat{\sigma}_z$.

В залежності від стану дворівневої системи частота резонатора набуває двох різних значень $\omega_r \pm \frac{g^2}{\Delta}$: знак (+) для збудженого стану, (–) – для основного .

Перепишемо (3.65) у такому вигляді:

$$H_{eff} = \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\hbar}{2} \left(\omega_a + \frac{2g^2}{\Delta} \left[\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right] \right) \hat{\sigma}_z. \quad (3.66)$$

Можна побачити, що частота атома змінилася на величину $\frac{2g^2}{\Delta} \left[\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right]$, яка відповідає за зміну відстані між основним та збудженим станами дворівневої системи. Процес зміни відстані між станами кубіта називається штарківським зсувом атомних рівнів [53]. Штарківський зсув є одним із ключових моментів в дисперсійному режимі, так як він дозволяє ефективно налаштувати частоту переходу атома за допомогою мікрохвильових імпульсів.

1.5 Фоківські стани

В поставленій задачі ми розглядаємо резонатор з одномодовим полем з частотою підсилення квантового осцилятора ω_r і операторами народження та знищення \hat{a}^\dagger і \hat{a} відповідно.

Нехай електромагнітне поле описується власними енергетичними станами $|m\rangle$ та власними значеннями енергії E_m . Таким чином, що гамільтоніан для одномодового резонатора матиме вигляд:

$$H|m\rangle = \hbar\omega_r \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) |m\rangle = E_m |m\rangle \quad (3.67)$$

Подіємо зліва на вираз (3.67) оператором \hat{a} , тоді отримаємо

$$H\hat{a}|m\rangle = (E_m - \hbar\omega_r)\hat{a}|m\rangle \quad (3.68)$$

Звідси випливає, що стан

$$\hat{a}|m\rangle = a_m |m-1\rangle \quad (3.69)$$

також є власним енергетичним станом з власним значенням енергії на рівень нижчим

$$E_{m-1} = E_m - \hbar\omega_r \quad (3.70)$$

де a_m – константа, яка визначається з умови нормування

$$\langle m-1|m-1\rangle = 1 \quad (3.71)$$

Оператор знищення \hat{a} , як ми вже розглядали в першому розділі, зменшує рівні енергії кожен раз на величину $\hbar\omega_r$, таким чином прямуючи до найменшого рівня E_0 , який відповідає за основний стан поля

$$H\hat{a}|0\rangle = (E_0 - \hbar\omega_r)\hat{a}|0\rangle \quad (3.72)$$

Вираз $E_0 - \hbar\omega_r$ відповідає енергетичному значенню енергії меншому чим E_0 , що не підлягає логічному поясненню. Так як основний стан поля є найнижчим рівнем енергії, то звідси

$$\hat{a}|0\rangle = 0, \quad (3.73)$$

де $|0\rangle$ – вакуумний стан.

Знайдемо власне значення енергії E_0 для поля у вакуумному стані

$$H|0\rangle = \hbar\omega_r \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) |0\rangle = E_0 |0\rangle \quad (3.74)$$

$$\hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a} |0\rangle + \frac{1}{2} \hbar\omega_r |0\rangle = E_0 |0\rangle \quad (3.75)$$

В силу рівності (3.73), отримаємо

$$\frac{1}{2} \hbar\omega_r |0\rangle = E_0 |0\rangle \quad (3.76)$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega_r. \quad (3.77)$$

Враховуючи вище записані рівності і тотожність (3.67), отримаємо

$$E_m = \left(m + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_r, \quad (3.78)$$

де m – число фотонів і $m = \hat{a}^\dagger \hat{a}$.

Згідно рівнянь (3.71), (3.69) і умови нормування

$$\langle m-1 | m-1 \rangle = \frac{1}{|a_m|^2} \langle m | \hat{a}^\dagger \hat{a} | m \rangle = \frac{m}{|a_m|^2} \langle m | m \rangle = \frac{m}{|a_m|^2} = 1 \quad (3.79)$$

З рівняння (3.79), знайдемо константу \hat{a}_m

$$\hat{a}_m = \sqrt{m}. \quad (3.80)$$

Тоді рівняння (3.69) набуде вигляду

$$\hat{a} |m\rangle = \sqrt{m} |m-1\rangle \quad (3.81)$$

Аналогічні кроки можна зробити для оператора \hat{a}^\dagger , тоді

$$\hat{a}^\dagger |m\rangle = \sqrt{m+1} |m+1\rangle. \quad (3.82)$$

Власні значення енергії у виразі (3.78) можна інтерпретувати як кількість фотонів m з енергією $\hbar\omega_r$.

А власні стани поля $|m\rangle$ з визначеною кількістю частинок називаються станами Фока з повним числом частинок

$$\sum_{n=0}^{\infty} |m\rangle \langle m| = 1. \quad (3.83)$$

Висновки до розділу 3

В розділі 3 розглянуто задачу про розпаду кубіта з'єднаного з резонатором. Це і власне стало початком до розвитку ідеї створення однофотонного керованого джерела. Розглянуто дисипативні системи та їх дослідження, щодо еволюції системи для різних параметрів.

Розглянути різні режими в яких може перебувати кубіт з'єднаний з лінією передачі. Особлива увага приділяється дисперсному режимі, в якому частота резонатора сильно відстроєна від частоти атома.

РОЗДІЛ 4

МІКРОХВИЛЬОВЕ ОДНОФОТОННЕ ДЖЕРЕЛО З КОНТРОЛЬОВАНИМ ВИПРОМІНЮВАННЯМ

4.1 Загальний принцип дії пристрою

У даному розділі автором представлена теоретична модель надпровідного кола побудованого на основі мікрохвильового однофотонного пакета. Схожі моделі можна побачити у працях [54,55,56,57].

Ця модель передбачає створення двокубітної надпровідної системи, в якій вимірюється лише один кубіт. Важливо відзначити, що обидва кубіти з'єднані з резонаторами в різних режимах. Така схема дозволяє створити контрольовану фотонну емісію.

Швидке зчитування інформації з кубіта і його ізоляція від навколишнього середовища вимагає його сильного з'єднання з резонатором. Таке з'єднання забезпечує збільшення ймовірності випромінювання у резонатор. Тим не менш, посилюючи спонтанну емісію кубіта, зменшиться час зберігання і вивільнення інформації кубітом, такий процес відомий як ефект Парселла [58].

Залежно від розстройки частоти переходу системи від резонансної частоти резонатора і часу життя в порожнині, швидкість розпаду кубіта може бути сильно розширена або придушена.

Вимірюваний в даній роботі надпровідний кубіт у початковий момент часу знаходиться в збудженому стані і надсилає фотони до лінії передачі. Даний кубіт “джерело” однаково з'єднаний з парою резонаторів, які через Парселівські фільтри під'єднанні до лінії передачі хвилеводів. Також кожен з резонаторів дисперсно під'єднаний до “контрольного” кубіта. Така реалізація надпровідної системи представлена на рисунку 4.1.

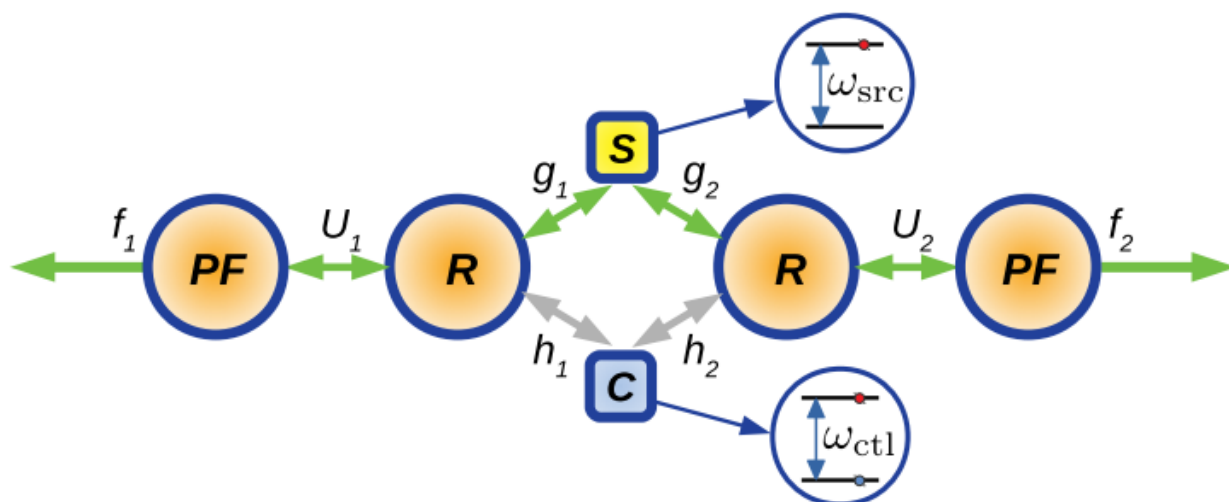


Рисунок 4.1. Модель однофотонного джерела.

Квантові стани “контрольного” кубіта задають напрямок фотонного випромінювання. Перебуваючи в дисперсному режимі відбувається зміщення резонансних частот, в такий спосіб частоти резонаторів залежать від стану “контрольного кубіта”.

4.2. Модель однофотонного джерела

Повний Гамільтоніан системи має вигляд:

$$H = H_0 + H_D, \quad (4.1)$$

де

$$H_0 = H_A + H_{F_{1,2}} + H_{W_{1,2}} + H_{F_{1,2} \leftrightarrow W_{1,2}}, \quad (4.2)$$

$$H_D = H_{R_{1,2}} + H_Q + H_{A \leftrightarrow R_{1,2}} + H_{Q \leftrightarrow R_{1,2}} + H_{R_{1,2} \leftrightarrow F_{1,2}}. \quad (4.3)$$

В рівняннях (4.2), (4.3)

$$H_A = \frac{1}{2} \omega_a \hat{\sigma}_z, \quad H_{R_{1,2}} = \sum_{k=1,2} \omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k, \quad (4.4)$$

$$H_{A \leftrightarrow R_{1,2}} = \sum_{k=1,2} g_k (\hat{a}_k^\dagger \hat{\sigma}_- + \hat{a}_k \hat{\sigma}_+), \quad (4.5)$$

де (4.4), (4.5) – це Гамільтоніани кубіта “джерела”, резонаторів та їх зв'язку відповідно,

$$H_{W_{1,2}} = \sum_{k=1,2} \int dv \, v \hat{b}_{k,v}^\dagger \hat{b}_{k,v} \quad (4.6)$$

де (4.6) це Гамільтоніан енергії хвилеводів.

Гамільтоніани енергії “контрольного кубіта” та його зв'язку з резонаторами представлені у вигляді:

$$H_Q = \frac{1}{2} \omega_q \hat{x}_z, \quad H_{Q \leftrightarrow R_{1,2}} = \sum_{k=1,2} h_k (\hat{a}_k^\dagger \hat{x}_- + \hat{a}_k \hat{x}_+) \quad (3.7)$$

де \hat{x}_z – оператор спіна “контрольного” кубіта, ω_q – частота переходу між двома рівнями, h_k – константа зв'язку.

Парселівські фільтри, що використовуються для зменшення теплових втрат системи, і їх зв'язки з резонаторами та хвилеводами записані в рівняннях (4.2), (4.3) як:

$$H_{F_{1,2}} = \sum_{k=1,2} \Omega_k \hat{c}_k^\dagger \hat{c}_k, \quad (4.8)$$

$$H_{R_{1,2} \leftrightarrow F_{1,2}} = \sum_{k=1,2} u_k (\hat{c}_k^\dagger \hat{a}_k + \hat{c}_k \hat{a}_k^\dagger), \quad (4.9)$$

$$H_{F_{1,2} \leftrightarrow W_{1,2}} = f_k \sum_{k=1,2} \int dv (\hat{b}_{k,v}^\dagger \hat{c}_k + \hat{b}_{k,v} \hat{c}_k^\dagger), \quad (4.10)$$

де $\hat{c}_k^\dagger, \hat{c}_k$ – оператори народження і знищення в резонаторах (Парселівські фільтри) з частотою одномодового поля Ω_k , u_k, f – параметри зв'язку резонаторів і хвилеводів з фільтрами Парселла відповідно.

Розпишемо рівняння (4.1) в дисперсному наближенні $|\Delta_k| = |\omega_q - \omega_k| \gg h_k, k = 1, 2$, використовуючи унітарне перетворення

$$H_{eff} = U_D^\dagger H_D U_D, \quad (4.11)$$

$$\text{де} \quad U_D = e^{X_1 + X_2}, \quad (4.12)$$

$$X_{1,2} = \sum_{k=1,2} \lambda_k (\hat{a}_k^\dagger \hat{x}_- - \hat{a}_k \hat{x}_+), \lambda_k = \frac{h_k}{\Delta_k} \ll 1. \quad (4.13)$$

Таким чином, отримаємо ефективний Гамільтоніан системи:

$$\begin{aligned} H_{eff} = H_0 + \frac{1}{2} \omega_q \hat{x}_z + \sum_{k=1,2} [g_k (\hat{a}_k^\dagger \hat{\sigma}_- + \hat{a}_k \hat{\sigma}_+) + u_k (\hat{c}_k^\dagger \hat{a}_k + \hat{c}_k \hat{a}_k^\dagger) \\ + (\omega_k + x_z \lambda_k h_k) \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k] + \frac{x_z}{2} \left(\lambda_1 h_2 + \lambda_2 h_1 - \frac{1}{2} \lambda_1 h_1 - \frac{1}{2} \lambda_2 h_2 \right) (\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 + \\ \hat{a}_2 \hat{a}_1^\dagger) + \frac{x_z}{2} (\lambda_1 h_1 + \lambda_2 h_2) + \frac{1}{2} (\lambda_1 h_1 + \lambda_2 h_2) \end{aligned} \quad (4.14)$$

В дисперсному наближенні частоти резонаторів зміщені на величину $\lambda_k h_k$:

$$\tilde{\omega}_k = \omega_k + x_z \lambda_k h_k \quad (4.15)$$

Перепишемо рівняння (4.14):

$$\begin{aligned} H_{eff} = H_0 + \frac{1}{2} \tilde{\omega}_q \hat{x}_z + \sum_{k=1,2} [g_k (\hat{a}_k^\dagger \hat{\sigma}_- + \hat{a}_k \hat{\sigma}_+) + u_k (\hat{c}_k^\dagger \hat{a}_k + \hat{c}_k \hat{a}_k^\dagger) + \\ + \tilde{\omega}_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k] + J (\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2 \hat{a}_1^\dagger) + C \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\text{де} \quad J = \frac{x_z}{2} \left(\lambda_1 h_2 + \lambda_2 h_1 - \frac{1}{2} \lambda_1 h_1 - \frac{1}{2} \lambda_2 h_2 \right),$$

$$C = \frac{1}{2} (\lambda_1 h_1 + \lambda_2 h_2),$$

$$\tilde{\omega}_q = \omega_q + \lambda_1 h_1 + \lambda_2 h_2. \quad (4.17)$$

В (4.16) звернімо увагу на такі вирази

$$\sum_{k=1,2} \lambda_k g_k (\hat{x}_+ \hat{\sigma}_- + \hat{x}_- \hat{\sigma}_+) \quad (4.18)$$

$$\sum_{k=1,2} u_k (\hat{c}_k^\dagger \hat{x}_- + \hat{c}_k \hat{x}_+) \quad (4.19)$$

У виразі (4.18) описується зв'язок між кубітом “джерелом” та “контрольним” кубітом. Через сильну розстройку цих кубітів та малий параметр λ_k , можна знехтувати таким зв'язком. У виразі (4.19) описується зв'язок між “контрольним” кубітом та фільтрами Парселла, які перебувають у великій розстройці, тому обмін інформації між ними малоімовірний.

Дослідимо еволюцію системи, для цього розв'яжемо нестационарне рівняння Шредінгера:

$$\frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = -i H_{eff} |\psi(t)\rangle \quad (4.20)$$

де $|\psi(t)\rangle = Q(t) \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle + \sum_{k=1,2} \{R_k \hat{a}_k^\dagger |\emptyset\rangle + F_k \hat{c}_k^\dagger |\emptyset\rangle + \int dv W_{k,v} \hat{b}_{k,v}^\dagger |\emptyset\rangle\}$ – це стан системи в довільний момент часу, що є розв'язком рівняння (4.20).

Нехай в початковий момент часу система перебуває в стані

$$|\psi(0)\rangle = \prod_{k=1,2} |0\rangle_{W_{k,v}} |0\rangle_{F_k} |0\rangle_{R_k} |e\rangle = \hat{\sigma}_+ |\emptyset\rangle \quad (4.21)$$

Оператор кількості збуджень в системі:

$$N = \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- + \sum_{k=1,2} \{\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k + \hat{c}_k^\dagger \hat{c}_k + \int dv \hat{b}_{k,v}^\dagger \hat{b}_{k,v}\} \quad (4.22)$$

Спроекуємо вектор стану $|\psi(t)\rangle$ і $|\psi(0)\rangle$ на вектори протилежних станів, тоді отримаємо системи рівнянь:

$$\begin{cases} Q(t) = \langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | \psi(t) \rangle \\ H_{R_{1,2}}(t) = \sum_{k=1,2} \langle \emptyset | \hat{a}_k | \psi(t) \rangle \\ H_{F_{1,2}}(t) = \sum_{k=1,2} \langle \emptyset | \hat{c}_k | \psi(t) \rangle \\ \int d\nu W_{k,\nu}(t) = \sum_{k=1,2} \langle \emptyset | \hat{b}_{k,\nu} | \psi(t) \rangle \end{cases}, \quad (4.23)$$

$$\begin{cases} \langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | \psi(0) \rangle = 1 \\ \langle \emptyset | \hat{a}_{1,2} | \psi(0) \rangle = 0 \\ \langle \emptyset | \hat{c}_{1,2} | \psi(0) \rangle = 0 \\ \langle \emptyset | \hat{b}_{1,2} | \psi(0) \rangle = 0 \end{cases}. \quad (4.24)$$

Початкові умови: $Q(0) = 1$, $H_{R_{1,2}}(0) = 0$, $H_{F_{1,2}}(0) = 0$, $W_{1,2}(0) = 0$.

Права частина система рівнянь (4.23) записана в представленні Шредінгера, перепишемо рівняння в представленні Гейзенберга, де оператори в подальшому матимуть залежність по часу:

$$\begin{cases} Q(t) = \langle \emptyset | \hat{\sigma}_-(t) | \psi_0 \rangle \\ H_{R_{1,2}}(t) = \sum_{k=1,2} \langle \emptyset | \hat{a}_k(t) | \psi_0 \rangle \\ H_{F_{1,2}}(t) = \sum_{k=1,2} \langle \emptyset | \hat{c}_k(t) | \psi_0 \rangle \\ \int d\nu W_{k,\nu}(t) = \sum_{k=1,2} \langle \emptyset | \hat{b}_{k,\nu}(t) | \psi_0 \rangle \end{cases}. \quad (4.25)$$

Використовуючи (3.57) отримаємо рівняння Гейзенберга для операторів $\hat{\sigma}_-(t)$, $\hat{a}_k(t)$, $\hat{c}_k(t)$, $\hat{b}_{k,\nu}(t)$:

$$\partial_t \hat{\sigma}_- = -i\omega_a \hat{\sigma}_- - \sum_{k=1,2} i g_k \hat{a}_k \hat{\sigma}_-, \quad (4.26)$$

$$\partial_t \hat{a}_1 = -i g_1 \hat{\sigma}_- - i \tilde{\omega}_1 \hat{a}_1 - i u_1 \hat{c}_1 - i J \hat{a}_2, \quad (4.27)$$

$$\partial_t \hat{a}_2 = -i g_2 \hat{\sigma}_- - i \tilde{\omega}_2 \hat{a}_2 - i u_2 \hat{c}_2 - i J \hat{a}_1, \quad (4.28)$$

$$\partial_t \hat{c}_k = -i \Omega_k \hat{c}_k - i u_k \hat{a}_k - i f_k \int d\nu \hat{b}_{k,\nu}, \quad (4.29)$$

$$\partial_t \hat{b}_{k,\nu} = -i \nu \hat{b}_{k,\nu} - i f_k \hat{c}_k, \text{ де } k = 1, 2. \quad (4.30)$$

Проінтегруємо рівняння (4.30):

$$\hat{b}_{k,\nu} = \hat{b}_{k,\nu}(0) e^{-i\nu t} - i f_k \int_0^t d\tau e^{-i\nu(t-\tau)} \hat{c}_k(\tau) \quad (4.31)$$

Підставимо (4.31) в (4.29):

$$\partial_t \hat{c}_k(t) = -i\Omega_k \hat{c}_k - iu_k \hat{a}_k - if_k \hat{b}_{k,\nu}(0)e^{-ivt} - f_k^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\nu \int_0^t d\tau e^{-i\nu(t-\tau)} \hat{c}_k(\tau),$$

звідси отримаємо

$$\partial_t \hat{c}_k(t) = -i\Omega_k \hat{c}_k - iu_k \hat{a}_k - if_k B_k(t) - \pi f_k^2 \hat{c}_k(t) \quad (4.32)$$

де $\pi f_k^2 = \frac{\kappa_k}{2}$, κ_k – швидкість витікання фотонів з фільтра.

Отже,

$$\partial_t \hat{c}_k(t) = -i\tilde{\Omega}_k \hat{c}_k - iu_k \hat{a}_k - if_k B_k(t) \quad (4.33)$$

де $\tilde{\Omega}_k = \Omega_k - i\frac{\kappa_k}{2}$.

Враховуючи (4.26) - (4.28), (4.30), (4.33) і подіявши векторами станів $\langle \emptyset |, |\psi_0\rangle$ на оператори народження і знищення, можна записати наступне:

$$(\partial_t + i\omega_a)\langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | \psi_0 \rangle = -\sum_{k=1,2} ig_k \langle \emptyset | \hat{a}_k \hat{\sigma}_z | \psi_0 \rangle, \quad (4.34)$$

$$(\partial_t + i\tilde{\omega}_1)\langle \emptyset | \hat{a}_1 | \psi_0 \rangle = -ig_1 \langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | \psi_0 \rangle - iu_1 \langle \emptyset | \hat{c}_1 | \psi_0 \rangle - ij \langle \emptyset | \hat{a}_2 | \psi_0 \rangle, \quad (4.35)$$

$$(\partial_t + i\tilde{\omega}_2)\langle \emptyset | \hat{a}_2 | \psi_0 \rangle = -ig_2 \langle \emptyset | \hat{\sigma}_- | \psi_0 \rangle - iu_2 \langle \emptyset | \hat{c}_2 | \psi_0 \rangle - ij \langle \emptyset | \hat{a}_1 | \psi_0 \rangle, \quad (4.36)$$

$$(\partial_t + i\tilde{\Omega}_k)\langle \emptyset | \hat{c}_k | \psi_0 \rangle = -iu_k \langle \emptyset | \hat{a}_k | \psi_0 \rangle - if_k \langle \emptyset | B_k(t) | \psi_0 \rangle \quad (4.37)$$

$$(\partial_t + iv)\langle \emptyset | \hat{b}_{k,\nu} | \psi_0 \rangle = -if_k \langle \emptyset | \hat{c}_k | \psi_0 \rangle, \text{ де } k = 1, 2. \quad (4.38)$$

Вирази $\langle \emptyset | \hat{a}_k \hat{\sigma}_z | \psi_0 \rangle$ та $\langle \emptyset | B_k(t) | \psi_0 \rangle$ ми заміняємо аналогічно як в (). І переходимо до амплітуд ймовірності.

Таким чином, отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\partial_t + i\omega_a)Q(t) = -\sum_{k=1,2} ig_k R_k(t) \\ (\partial_t + i\tilde{\omega}_1)R_1(t) = -ig_1 Q(t) - iu_1 F_1(t) - iJR_2(t) \\ (\partial_t + i\tilde{\omega}_2)R_2(t) = -ig_2 Q(t) - iu_2 F_2(t) - iJR_1(t). \\ (\partial_t + i\tilde{\Omega}_k)F_k(t) = -iu_k R_1(t) \\ (\partial_t + i\nu)W_{k,\nu}(t) = -if_k F_k(t) \end{array} \right. \quad (4.39)$$

Для знаходження розв'язків (4.39) перейдемо до іншої системи координат, а саме

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_\tau Q(\tau) = -\sum_{k=1,2} ig_k R_k(\tau) \\ \partial_\tau R_1(\tau) = -i\delta_1 R_1(\tau) - ig_1 Q(\tau) - iu_1 F_1(\tau) - iJR_2(\tau) \\ \partial_\tau R_2(\tau) = -i\delta_2 R_2(\tau) - ig_2 Q(\tau) - iu_2 F_2(\tau) - iJR_1(\tau). \\ \partial_\tau F_k(\tau) = -\frac{\kappa_k}{2} F_1(\tau) - iu_k R_1(\tau) \\ \partial_\tau W_{k,\nu}(\tau) = \kappa_k |F_k(\tau)|^2 \end{array} \right. \quad (4.40)$$

4.3 Отримані результати

Основна ідея все ж таки залишається у підборі параметрів системи, таких, щоб можна контролювати напрям фотонної емісії. Ми бажаємо підібрати частоти резонаторів, які дисперсно зсунуті (показано в 4.15), щоб виконувались такі рівності:

$$\omega_1^\downarrow = \omega_1 - \frac{h_1^2}{\Delta_1} = \omega_a \quad (4.41)$$

$$\omega_2^\downarrow = \omega_2 - \frac{h_2^2}{\Delta_2} \neq \omega_a \quad (4.42)$$

де $\omega_1^\downarrow, \omega_2^\downarrow$ частоти резонатора, що залежать від стану “контрольного кубіта”, стрілка в низ вказує, що цей кубіт перебуває в основному стані.

І навпаки, коли “контрольний кубіт” перебуває в збудженому стані, то отримаємо такі рівності:

$$\omega_1^\uparrow = \omega_1 + \frac{h_1^2}{\Delta_1} \neq \omega_a \quad (4.43)$$

$$\omega_2^\uparrow = \omega_2 + \frac{h_2^2}{\Delta_2} = \omega_a \quad (4.44)$$

Виконання (4.41-4.44) дозволить через стани “контрольного кубіта” контролювати напрям фотонної емісії. Звідси видно, що коли кубіт перебуває в основному стані, то другий резонатор сильно відстроєний від системи, перебуваючи ж в збудженому стані, навпаки, сильно відстроєний перший резонатор.

Розв’язки рівняння (4.41) та (4.44) такі:

$$\omega_1 = \frac{\omega_q + \omega_a - \sqrt{(\omega_q + \omega_a)^2 - 4h_1^2}}{2} \quad (4.45)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_q + \omega_a - \sqrt{(\omega_q + \omega_a)^2 + 4h_1^2}}{2} \quad (4.46)$$

Або через розстройки $\delta_1, \delta_2, \Delta$

$$\delta_1 = \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - 4h_1^2}}{2}, \quad (4.47)$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 + 4h_1^2}}{2}. \quad (4.48)$$

де δ_1, δ_2 – розстройка між “кубітом джерелом” та резонаторами, Δ – розстройка між двома кубітами.

Тоді розстройки ефективних частот резонаторів з “кубітом джерелом” можна записати як:

$$\tilde{\omega}_1 - \omega_a = \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - 4h_1^2}}{2} + \frac{h_1^2}{\Delta - \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 - 4h_1^2}}{2}}, \quad (4.49)$$

$$\tilde{\omega}_2 - \omega_a = \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 + 4h_2^2}}{2} + \frac{h_2^2}{\Delta - \frac{\Delta - \sqrt{\Delta^2 + 4h_2^2}}{2}}. \quad (4.50)$$

Розв’язання системи диференціальних рівнянь (3.40) дозволить дослідити еволюцію системи, знайти амплітуди ймовірності та побудувати графіки, дослідивши населеність фотонів у цій системі в залежності від часу. Чисельний розв’язок цієї системи реалізовано в середовищі Wolfram Mathematica, вихідний код якого представлений на рисунку

Таблиця 4.1.

Теоретично підібрані робочі частоти для кубітів та параметрів зв’язку.

$\omega_q/2\pi, \text{ГГц}$	$\omega_a/2\pi, \text{ГГц}$	$g/2\pi, \text{МГц}$	$\kappa/2\pi, \text{МГц}$	$h/2\pi, \text{МГц}$	$u/2\pi, \text{МГц}$
5	4	3	25	100	5

```

NDynamics[t_, g1_, g2_, x1_, x2_, h1_, h2_, Δ_, n_, u1_, u2_] :=
Block[{δ1, δ2, ξ1, ξ2, Δ1, Δ2, V1, V2, Q, R1, R2, Rz1, Rz2, N1, N2, J, arw, Apop, R1pop, R2pop, Rz1pop, Rz2pop, w1pop, w2pop},

  δ1 =  $\frac{1}{2} \left( \Delta - \sqrt{\Delta^2 - 4 h1^2} \right);$ 
  δ2 =  $\frac{1}{2} \left( \Delta - \sqrt{\Delta^2 + 4 h2^2} \right);$ 
  Δ1 = Δ - δ1; Δ2 = Δ - δ2;
  ξ1 = δ1 - (-1)n ×  $\frac{h1^2}{\Delta1}$ ; ξ2 = δ2 - (-1)n ×  $\frac{h2^2}{\Delta2}$ ;
  J = (-1)n  $\left( \frac{h1 h2}{\Delta1} + \frac{h1 h2}{\Delta2} - \frac{1}{2} \frac{h1^2}{\Delta1} - \frac{1}{2} \frac{h2^2}{\Delta2} \right);$ 

  arw = NDSolve[{
    Q'[τ] + i g1 R1[τ] + i g2 R2[τ] == 0,
    R1'[τ] + i ξ1 R1[τ] + i g1 Q[τ] + i u1 Rz1[τ] + i J R2[τ] == 0,
    R2'[τ] + i ξ2 R2[τ] + i g2 Q[τ] + i u2 Rz2[τ] + i J R1[τ] == 0,
    Rz1'[τ] +  $\frac{x1}{2}$  Rz1[τ] + i u1 R1[τ] == 0,
    Rz2'[τ] +  $\frac{x2}{2}$  Rz2[τ] + i u2 R2[τ] == 0,
    N1'[τ] - x1 Abs[Rz1[τ]]2 == 0,
    N2'[τ] - x2 Abs[Rz2[τ]]2 == 0,

    Q[0] == 1, R1[0] == 0, R2[0] == 0, Rz1[0] == 0, Rz2[0] == 0, N1[0] == 0, N2[0] == 0},
    {Q, R1, R2, Rz1, Rz2, N1, N2}, {τ, 0, 1000}];

  Apop = Evaluate[Abs[Q[t]]2 /. arw[[1]]];
  R1pop = Evaluate[Abs[R1[t]]2 /. arw[[1]]];
  R2pop = Evaluate[Abs[R2[t]]2 /. arw[[1]]];
  Rz1pop = Evaluate[Abs[Rz1[t]]2 /. arw[[1]]];
  Rz2pop = Evaluate[Abs[Rz2[t]]2 /. arw[[1]]];
  w1pop = Evaluate[Re[N1[t]] /. arw[[1]]];
  w2pop = Evaluate[Re[N2[t]] /. arw[[1]]];

  Return[{Apop, R1pop, R2pop, Rz1pop, Rz2pop, w1pop, w2pop}];

```

Рисунок 4.2. На цьому рисунку представлений код програми в середовищі Wolfram Mathematica. Ця програма знаходить чисельні розв'язки системи диференціальних рівнянь (4.40) з початковими умовами $Q(0) = 1$, $H_{R_{1,2}}(0) = 0$, $H_{F_{1,2}}(0) = 0$, $W_{1,2}(0) = 0$. Підібравши параметри системи, проводиться дослідження отриманих результатів, побудувавши графіки амплітуд ймовірності

На рисунку 4.3 побудовано графік розпаду збудженого стану кубіта за певний час. Кубіт повністю розпадається за 2 мкс. З графіка видно, що кубіт переходить з збудженого стану до основного, проте в певні проміжки часу

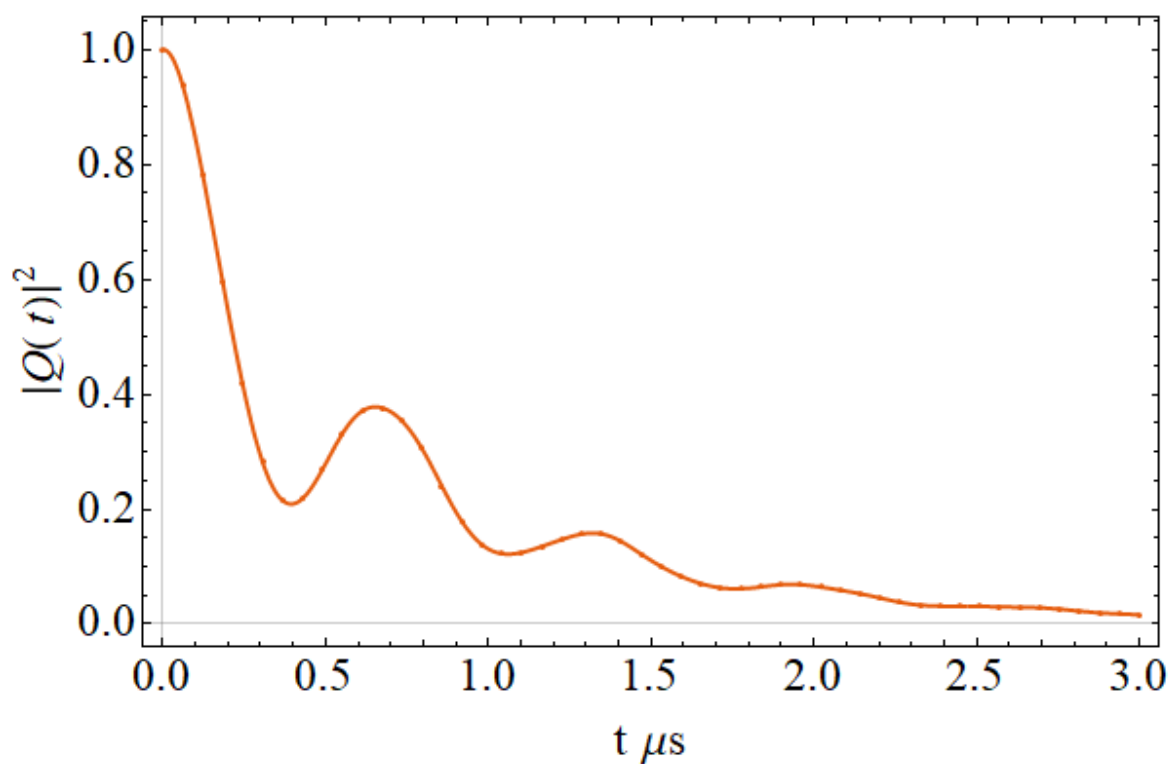


Рисунок 4.3. На графіку зображено розпад кубіта з параметрами системи, що наведені в таблиці 1.

отримує невеличкі збудження, це пояснюється тим, що система може отримувати збудження від іншого кубіта, або назад з лінії передачі.

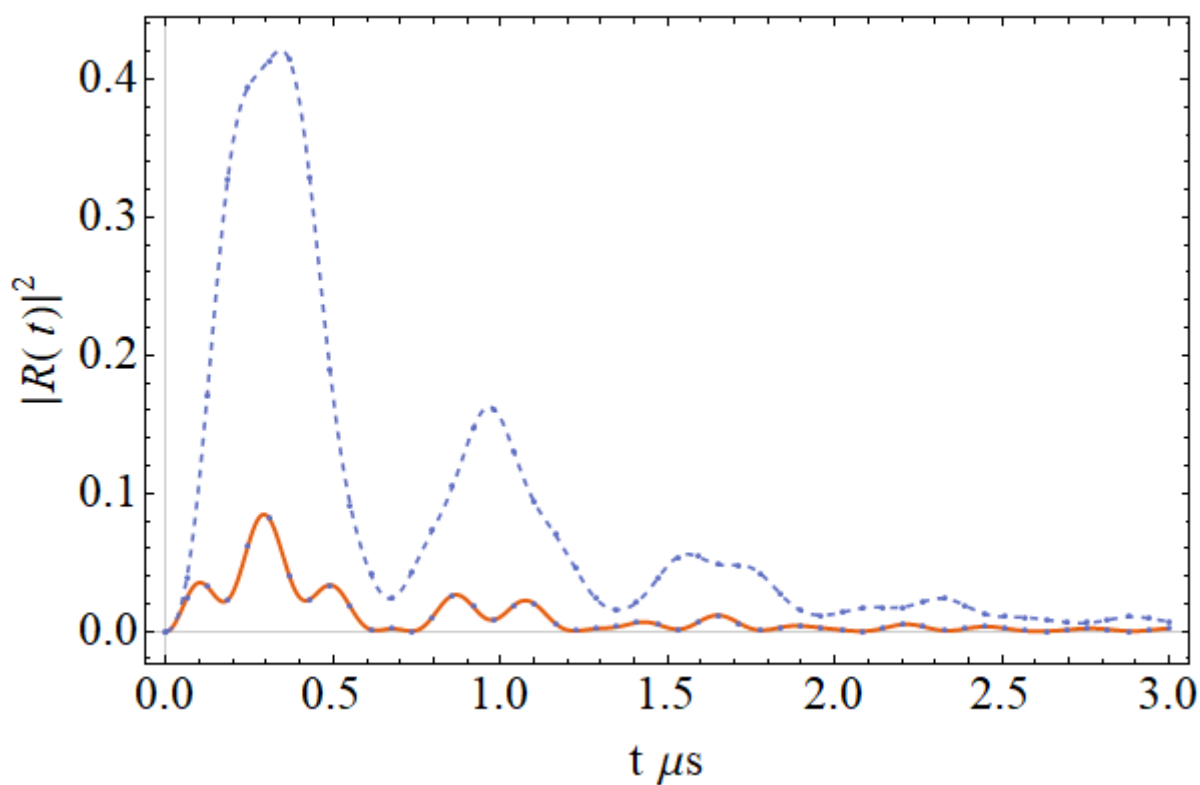


Рисунок 4.4. Графік населення рівнів в резонаторах, коли “контрольний кубіт” перебуває в збудженому стані. Пунктирною лінією зображено населення рівнів першого резонатора, що є сильно відстроєний, суцільною лінією відповідно населення другого резонатора.

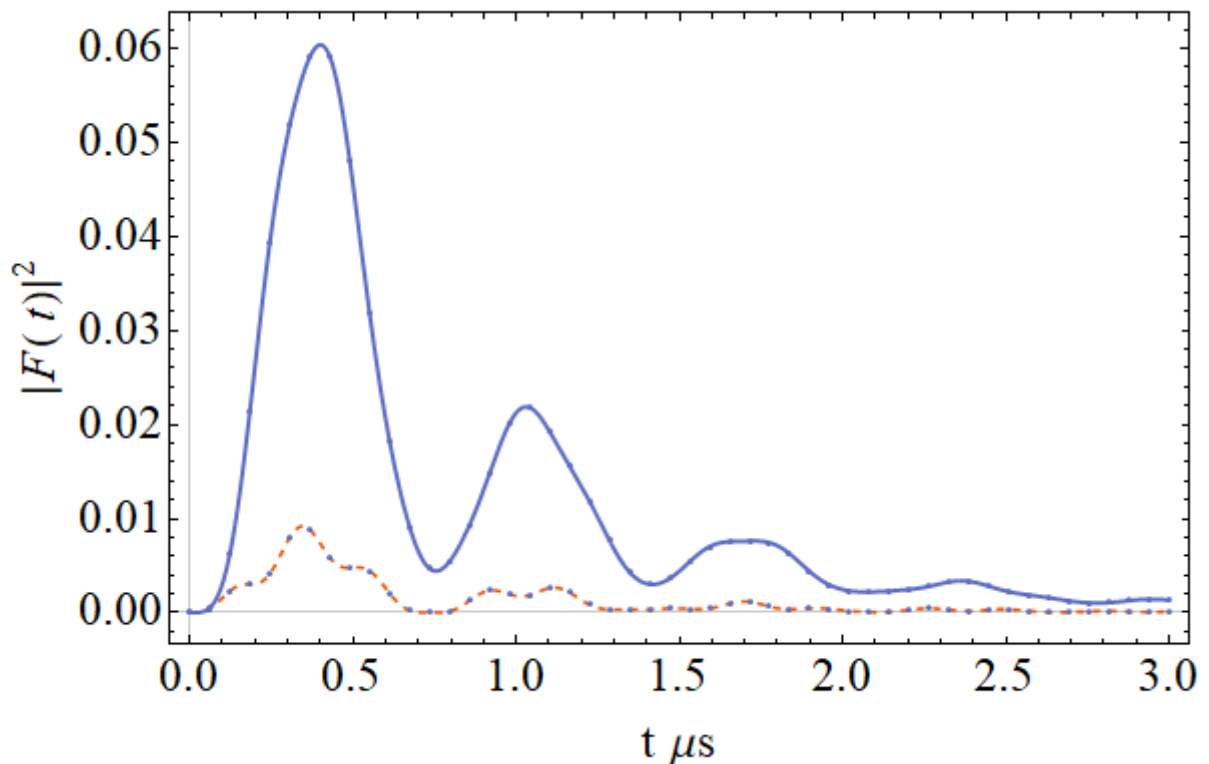


Рисунок 4.5. Графік населення рівнів в Парселівських фільтрах, коли “контрольний кубіт” перебуває в збудженому стані.. Пунктирною лінією зображено населення рівнів першого фільтра, суцільною – другого фільтра в довільний момент часу.

Як видно з рис.4.5 час зберігання фотонної емісії в фільтрах дуже низький, так як Парселівські фільтри прискорюють швидкість їх витікання.

На рис. 4.6. побудовані графіки функцій витікання фотонної емісії з хвилеводів, коли “контрольний кубіт” в збудженому стані.. Вдалося отримати 90% інформації на виході з другого хвилевода. Хоча очікується отримати в ідеалі 100%. Тому задача потребує проведення нових розрахунків.

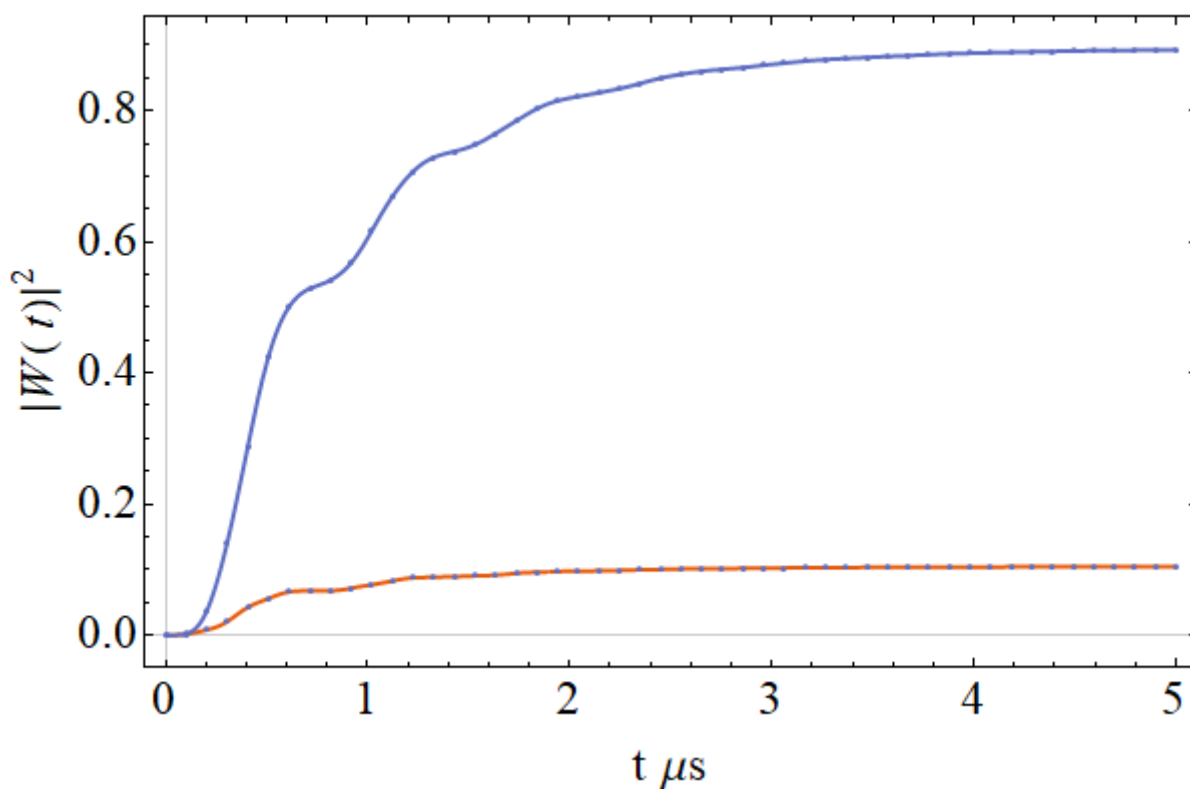


Рисунок 4.6. На графіку функції зображено населення фотонів на виході з хвилевода. Суцільною жирною лінією позначено витікання з другого хвилевода, а пунктирною першого.

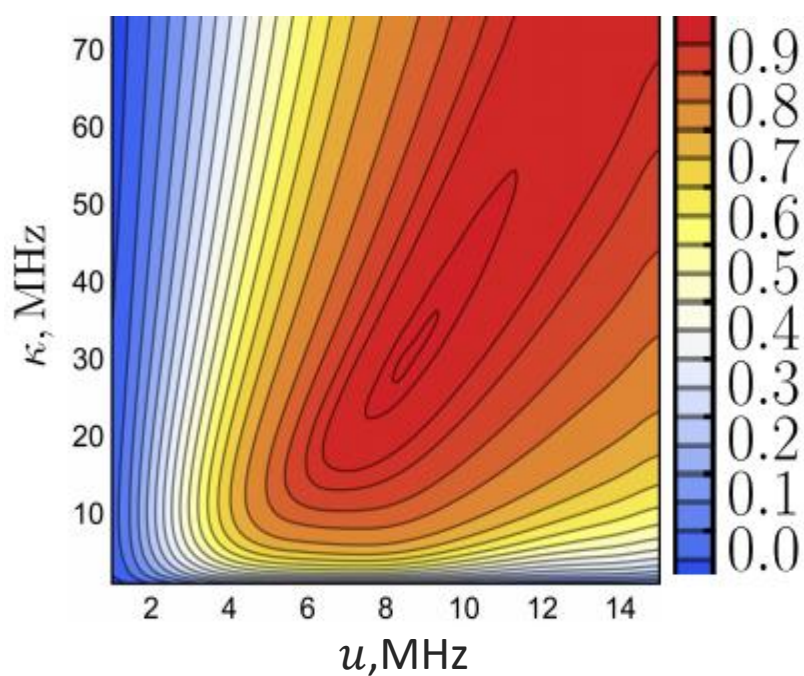


Рисунок 4.7. Залежність ефективності маршрутизації від зміни параметрів κ, u .

4.4. Реалізація на надпровідному колі

Пропонується реалізувати побудовану автором модель однофотонного джерела на надпровідному колі.

В якості “кубіта джерела” та “контрольованого кубіта” взяті трансмонові кубіти на основі двох ДК.

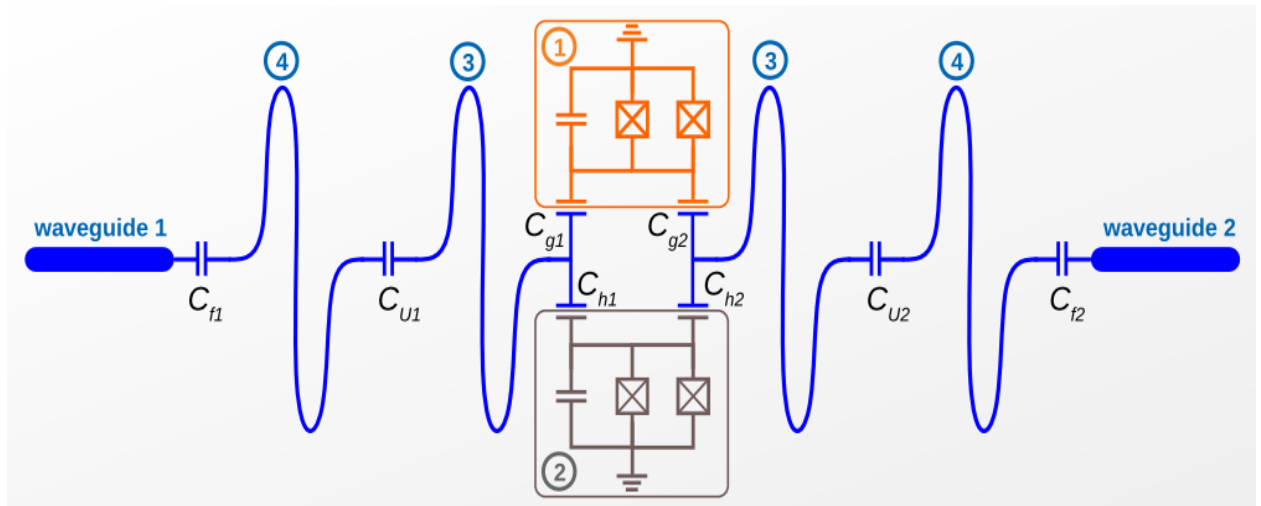


Рисунок 4.8. Реалізація однофотонного джерела на надпровідному колі.

Стрічкова лінія передачі з’єднує елементи кола через конденсатори. На рис.4.8. під номером 3,4 позначено відповідно резонатори та Парселівські фільтри.

ВИСНОВКИ

На основі виконаної роботи була розроблена модель однофотонного джерела з контрольованим випромінюванням. Однофотонні джерела базуються на штучних атомах (кубітах), які дозволяють зберігати, зчитувати та переносити інформацію в квантових обчислювальних системах. Враховуючи те, що такі системи доволі нестійкі, то з одного боку необхідно створити комфортні умови для передачі інформації без втрат. З іншого боку випромінюваний фотон може обрати будь-який напрям руху і опинитися де-завгодно. Для цього була побудована система, яка описується через квантові оператори та повне її дослідження з метою прослідкувати процес передачі фотонів, тобто досліджується повна еволюція системи. Згідно проведених розрахунків та отриманих результатів можна проаналізувати всю отриману картину так:

- Запропонована модель є доволі стійкою, за допомогою додаткових Парселівських фільтрів вдалось утримувати випускання фотонів в одному напрямку.
- Вдалося задати напрям фотонної емісії за допомогою станів додаткового кубіта, який перебуває в дисперсному режимі з резонаторами, тобто проводити контроль отриманої інформації в заданому напрямку.
- Ймовірність отримати сигнал на виході складає трохи $> 90\%$, тобто ефективність контрольованого джерела доволі висока, але ставиться задача отримати 98-99%, так як виявлені причини, вирішення яких дозволить утворити практично ідеальне джерело.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Introduction to quantum electromagnetic circuits / Uri Vool , Michel Devoret // Journ. Circuit Theory and Application – 2017 – V. 45, Iss. 7 – P. 859-1046.
2. Superconducting quantum bits / Clarke J., Wilhelm FK. // Nature – 2008 – V.453. № 19. – doi:10.1038/nature07128.
3. Richard feynman: simulating physics with computers / Michael Demmer, Rodrigo Fonseca, Farinaz Koushanfar // CS294: Reading the Classics
4. Научно-технические проблемы создания квантовых вычислителей для перспективных образцов техники / И.И. Рябцев, С.П. Юркевичюс // Инноватика и экспертиза – 2016. – В. 3.№ 18 – С. 87-93.
5. Superconducting circuits and quantum information/ J. Q. You and Franco Nori // Physics Today – 2005. – V. 58. № 11. – P. 10.1063 - 1.2155757.
6. Квантовые когерентные явления в джозефсоновских кубитах [Текст] : [монография] / А. Н. Омелянчук, Е. В. Ильичев, С. Н. Шевченко ; Нац. акад. наук Украины, Физ.-техн. ин-т низких температур им. Б. И. Веркина. - К. : Наукова думка, 2013. - 166, [16] с. : рис., цв. ил. - (Проект "Наукова книга"). - Бібліогр.: с. 156-158. - 300 прим. - ISBN 978-966-00-1260-8
7. Jerry M. C.. Quantum Information Processing with Superconducting Qubits: dissertation in Candidacy for the Degree of Doctor of Philosophy: may 2010 / Jerry Moy Chow – P.332.
8. Shor, P.W.: Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. Foundations of Computer Science, 124–134 (1994)
9. Quantum information processing with superconducting circuits: a review / G Wendin // Reports on Progress in Physics –2017. – V.80. №10 – P. 106001.

10. Quantum Circuit Optimization by Hadamard Gate Reduction / Nabila AbdessaiedMathias SoekenRolf Drechsler // International Conference on Reversible Computation RC 2014: Reversible Computation – 2014 – V.8507 – P. 149-462.

11. Single-photon sources and detectors/M. D. Eisamana, J. Fan, A. Migdall, and S. V. Polyakov// Review of Scientific Instruments – 2011. – 82:071101. – doi: 10.1063/1.3610677.

12. Скалли М. О., Зубайри М. С. Квантовая оптика: Пер. с англ. / Под ред. В. В. Самарцева. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 512 с. – ISBN 5-922-0398-9.

14. Color Centers in Alkali Halide Crystals / Frederick Seitz // Rev. Mod. Phys. – 1946 – Vol. 18, Iss. 3 – 384 – DOI:<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.18.384>

15. Efficient fiber-coupled single-photon source based on quantum dots in a photonic-crystal waveguide / Daveau R.S., Balram K.C., Pregnolato T., Liu J., Lee E.H., Song J.D., Verma V., Mirin R., Nam S.W., Midolo L., Stobbe S., Srinivasan K., Lodahl, P. // Optica – 2017 – V. 4, № 2,– P. 178-184 – <https://doi.org/10.1364/OPTICA.4.000178>.

16. A Single-Photon Server with Just One Atom / Markus Hijkema, Bernhard Weber, Holger P. Specht, Simon C. Webster, Axel Kuhn, and Gerhard Rempe // Nat. Phys. – 2007 – V.3 , P. 253

17. Deterministic single-photon source from a single ion / H. G. Barros, A. Stute, T. E. Northup, C. Russo, P. O. Schmidt, R. Blatt // New Journal of Physics – October 2009 – V. 11 – DOI:10.1088/1367-2630/11/10/103004.

18. Single-Photon Spectroscopy of a Single Molecule / Y. L. A. Rezus, S. G. Walt, R. Lettow, A. Renn, G. Zumofen, S. Götzinger, and V. Sandoghdar // Phys. Rev. Lett. – 2012 – V.108, Iss 9 – 093601.

19 Regulated and Entangled Photons from a Single Quantum Dot / Oliver Benson, Charles Santori, Matthew Pelton, and Yoshihisa Yamamoto // Phys. Rev. Lett. – 2000 – V.84 – Iss.11 – 2513 – <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.2513>.

20. Heralded single photon source at 1550 nm from pulsed parametric down conversion / Alexandre Soujaeff, Shigeki Takeuchi, Keiji Sasaki, Toshio Hasegawa, Mitsuru Matsui // Journal of Modern Optics – 2007 – V.54, Issue 2-3 – P. 467-47.

21. Four-Wave Mixing in Single-Mode Optical Fibers / Alex McMillan, Yu-Ping Huang, Bryn Bell, Alex Clark, Prem Kumar, John Rarity // Experimental Methods in the Physical Sciences – 2013 – V. 45, № 12 – P. 411-465.

22. Quantum Cascade of Photons in Semiconductor Quantum Dots / E. Moreau, I. Robert, L. Manin, V. Thierry-Mieg, J. M. Gérard, and I. Abram // Phys. Rev. Lett. – 2011 – V.87, Iss. 18 – 183601.

23. Surface-enhanced Raman scattering / A Otto, I Mrozek, H Grabhorn and W Akemann // Journal of Physics: Condensed Matter – 1992 –V 4, Number 5. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/4/5/001>.

24. Stimulated Raman adiabatic passage in physics, chemistry, and beyond / Nikolay V. Vitanov, Andon A. Rangelov, Bruce W. Shore, and Klaas Bergmann // Rev. Mod. Phys. – 2017– 89, 015006

25. Ionic crystals in a linear Paul trap / M. G. Raizen, J. M. Gilligan, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland // Phys. Rev. – 1992– A 45, 6493. DOI:<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.6493>

26. Instrumental Platforms for Capillary and Microchip Electromigration Separation Techniques / Cyro L.S. Chagas, ... Wendell K.T. Coltro // Capillary Electromigration Separation Methods, – 2018.

27. Remarks on the Meissner Effect / M. R. Schafroth // Phys. Rev. – 1958– 111, 72 – DOI:<https://doi.org/10.1103/PhysRev.111.72>.

28. Josephson Persistent-Current Qubit / J. E. Mooij^{1,2,*}, T. P. Orlando², L. Levitov³, Lin Tian³, Caspar H. van der Wal¹, Seth Lloyd⁴ // Science – 13 Aug 1999 – Vol. 285, Issue 5430, pp. 1036-1039, DOI: 10.1126/science.285.5430.1036/
29. The Josephson Effect / Jakob Blomgren // SQUIDlab-rev3
30. A Few Notes on the Bloch Sphere / David Meyer
31. Measuring the decoherence rate in a semiconductor charge qubit / S. D. Barrett and G. J. Milburn // Phys. Rev. B 68, 155307 – Published 14 October 2003.
32. Decoherence in Josephson Phase Qubits from Junction Resonators / R. W. Simmonds, K. M. Lang, D. A. Hite, S. Nam, D. P. Pappas, and John M. Martinis // Phys. Rev. Lett.– 2004 – V. 93, Iss. 7 – 077003.
33. Experimental demonstration of a robust and scalable flux qubit / R. Harris, J. Johansson, A. J. Berkley, M. W. Johnson, T. Lanting, Siyuan Han, P. Bunyk, E. Ladizinsky, T. Oh, I. Perminov, E. Tolkacheva, S. Uchaikin, E. M. Chapple, C. Enderud, C. Rich, M. Thom, J. Wang, B. Wilson, and G. Rose // Phys. Rev. –2010 – V.81, Iss. 13 134510.
34. Quantum Interference Effects in Josephson Tunneling / R. C. Jaklevic, John Lambe, A. H. Silver, and J. E. Mercereau // Phys. Rev. Lett. – 1964 –V.12, Iss.7 – P.159.
35. Microwave photonics with superconducting quantum circuits / Xiu.Guab, Anton Frisk Kockum, AdamMiranowicz, Yu-Liua ,FrancoNori // Physics Reports – 2017 V. 718–719, P. 1-102
36. Controlling the Spontaneous Emission of a Superconducting Transmon Qubit / A. A. Houck, J. A. Schreier, B. R. Johnson, J. M. Chow, Jens Koch, J. M. Gambetta, D. I. Schuster, L. Frunzio, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf // Phys. Rev. Lett. – 2008 – V.101, Iss. 8. 080502.
37. Fabry-Pérot interferometer for atoms / M. Wilkens, E. Goldstein, B. Taylor, and P. Meystre // Phys. Rev. A 47, 2366 – Published 1 March 1993.

38. Quantum bits with Josephson junctions / Anton Frisk Kockum and Franco Nori // Fundamentals and Frontiers of the Josephson Effect – 2019 – V. 286 – P. 703-741.

39. Quantum network theory / Bernard Yurke and John S. Denker // Phys. Rev. A – 1984 – V.29, Iss. 3 – 1419

40. The Jaynes-Cummings Model / Bruce W. Shore, Peter L. Knight // Journal of Modern Optics – 2007. – V. 40, Iss. 7

41. Scully M. O. Quantum Optics / M. O. Scully, M. S. Zubair. – Cambridge: Cambridge University Press, 1997. – 630 p

42. Introductory Quantum Mechanics II [Lectures] – MIT Department of Chemistry, Instructor: Prof. Andrei Tokmakoff , Spring 2004.

43. Quantum dot Rabi rotations beyond the weak exciton–phonon coupling regime / Dara P S McCutcheon and Ahsan Nazir // New Journal of Physics – 2010 – V.12, 113042.

44. Circuit cavity electromechanics in the strong-coupling regime / J. D. Teufel, Dale Li, M. S. Allman, K. Cicak, A. J. Sirois, J. D. Whittaker & R. W. Simmonds // Nature – 2011 – V. 471, P. 204–208.

45. Analog quantum simulation of the Rabi model in the ultra-strong coupling regime / Jochen Braumüller, Michael Marthaler, Andre Schneider, Alexander Stehli, Hannes Rotzinger, Martin Weides & Alexey V. Ustinov // Nature Communications – 2017 – V.8, Article number: 779 .

46. Deep Strong Coupling Regime of the Jaynes-Cummings Model / J. Casanova, G. Romero, I. Lizuain, J. J. García-Ripoll, and E. Solano // Phys. Rev. Lett. – 2010 – V.105, Iss. 26 – 263603.

47. Rotating-Wave Approximation and Spontaneous Emission / G. S. Agarwal // Phys. Rev. – 1971 – V. 4, Iss. 5 – 1778.

48. Inversion of Qubit Energy Levels in Qubit-Oscillator Circuits in the Deep-Strong-Coupling Regime / F. Yoshihara, T. Fuse, Z. Ao, S. Ashhab, K. Kakuyanagi, S. Saito, T. Aoki, K. Koshino, and K. Semba // *Phys. Rev. Lett.* – 2018 – V.120, Iss.18, 183601.

49. Ultrastrong coupling of a single artificial atom to an electromagnetic continuum in the nonperturbative regime / P. Forn-Díaz, J. J. García-Ripoll, B. Peropadre, J.-L. Orgiazzi, M. A. Yurtalan, R. Belyansky, C. M. Wilson & A. Lupascu // *Nature Physics* – 2017 – V. 13, P. 39–43.

50. Quantum Simulation of the Ultrastrong-Coupling Dynamics in Circuit Quantum Electrodynamics / D. Ballester, G. Romero, J. J. García-Ripoll, F. Deppe, and E. Solano // *Phys. Rev. X* 2 – 2012 – V.2, Iss.2 021007

51. Analytical solutions by squeezing to the anisotropic Rabi model in the nonperturbative deep-strong-coupling regime / Yu-Yu Zhang and Xiang-You Chen // *Phys. Rev.* – 2017 – V. 96, Iss. 6 – 063821.

52. Dispersive regime of circuit QED: Photon-dependent qubit dephasing and relaxation rates / Maxime Boissonneault, J. M. Gambetta, and Alexandre Blais // *Phys. Rev.* – 2009 – V.79, Iss.1 – 013819.

53. Чумаков О. О. Квантова оптика. Львів: Євросвіт, 2012. -272с.: іл. ISBN 978-966-8364-80-8.

54. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics / A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R.- S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin & R. J. Schoelkopf // *Nature* – 2004. – V.431, P.162–167.

55 Generating single microwave photons in a circuit / A. A. Houck, D. I. Schuster, J. M. Gambetta, J. A. Schreier, B. R. Johnson, J. M. Chow, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin & R. J. Schoelkopf // *Nature* –2007. – V. 449, P.328–331.

56. Superconducting single photon detectors integrated with single flux quantum readout circuits in a cryocooler / Shigehito Mikia, Hirotaka Terai, Taro Yamashita, Kazumasa Makise, Mikio Fujiwara, Masahide Sasaki, and Zhen Wang // *Appl. Phys. Lett.* – 2011. – 99, 111108; <https://doi.org/10.1063/1.3640503>.

57. Microwave-Controlled Generation of Shaped Single Photons in Circuit Quantum Electrodynamics / M. Pechal, L. Huthmacher, C. Eichler, S. Zeytinoglu, A. A. Abdumalikov, Jr., S. Berger, A. Wallraff, and S. Filipp // *Phys. Rev. X* . – 2014. V.4, Iss. 4. – 041010.

58. Mechanical Purcell Filters for Microwave Quantum Machines / Agnetta Y. Cleland,¹ Marek Pechal, Pieter-Jan C. Stas, Christopher J. Sarabalis // *arXiv:1905.08403*.

59. Shevchenko S. N. Multiphoton transitions in Josephson-junction qubits / S. N. Shevchenko, A. N. Omelyanchouk, E. Il'ichev // *Low Temp. Phys.* – 2012. – V. 38, № 4. – P. 283 – 303.

60. БЫКОВ В.П. Лазерная электродинамика. Элементарные и когерентные процессы при взаимодействии лазерного излучения с веществом / В.П. БЫКОВ. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 119 с.

61. Mandel L. Optical Coherence and Quantum Optics / L. Mandel, E. Wolf. – Cambridge: Cambridge University Press, 1995. – 1166 p.. Resonance at the Rabi frequency in a superconducting flux qubit / Ya. S. Greenberg, E. Il'ichev, G. Oelsner [et al.] // *AIP Conf. Proc.* – 2015. – V. 1619, № 1. – P. 89 – 97.

62. Chen G.-Y. Scattering of microwave photons in superconducting transmission-line resonators coupled to charge qubits / G.-Y. Chen, M.-H. Liu, Y.N. Chen // *Phys. Rev. A*. – 2014. – V. 89, № 5. – P. 053802-1 – 053802-10.

63. Einstein A. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete / A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen // *Phys. Rev.* – 1935. – V. 47, № 10. – P. 777 – 781.

64. Bell J. S. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox / J. S. Bell // *Physics*. – 1964. – V. 1, № 3. – P. 195 – 200.
65. Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories / J. F. Clauser, M. Horne, A. Shimony [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1969. – V. 23, № 15. – P. 880 – 891.
66. Clauser J. F. Bell's theorem. Experimental tests and implications / J. F. Clauser, A. Shimony // *Rep. Prog. Phys.* – 1978. – V. 41, № 12. – P. 1881 – 1928.
67. Implementation of a Quantum Metamaterial / P. Macha, G. Oelsner, J.-M. Reiner [et al.] // *Nat. Commun.* – 2014. – № 5. – P. 5146-1 – 5146-9.
68. Feynman R. P. Simulating Physics with Computers / R. P. Feynman // *International Journal of Theoretical Physics*. – 1982. – V. 21, №. 6.-P. 7-10.
69. Nielsen M. A. Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition / M. A. Nielsen, I. L. Chuang // Cambridge University Press. 2011.– P. 17 – 28 .
70. Baker H. Wake up to Quantum Coffee / H. Baker // *New Scientist*. – 1997. V. 153, № 2073. – P. 28 – 31.
71. Ekert A. Basic concepts in quantum computation / A. Ekert, P. Hayden, H. Inamori // *American Institute of Physics*. – 1993.
72. Brown J. A quantum revolution for computing / Julian Brown // *NewScientist*. – 1994.
73. Devoret M. H. Superconducting Qubits: A Short Review / M. H. Devoret, A. Wallraff, J. M. Martinis // Access mode: arXiv:cond-mat/0411174.
74. Rupasovand V.I. Rigorous theory of cooperative spontaneous emission of radiation from a lumped system of two-level atoms: Bethe ansatz method / V. I. Rupasovand, V. I. Yudson // *Sov. Phys. JETP*. – 1984. – V. 60. – P. 927 – 934.

75. Resonance fluorescence of a single artificial atom / O. Astafiev, A. M. Zagoskin, A. A. Abdumalikov Jr. [et al.] // *Science*. – 2010. – V. 327. – P. 840–848.

76. Demonstration of a Single-Photon Router in the Microwave Regime / Io-Chun Hoi, C. M. Wilson, G. Johansson [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 107. – P. 073601-1–073601-9.

77. Losses in coplanar waveguide resonators at millikelvin temperatures / P. Macha, S. H. W. van der Ploeg, G. Oelsner [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* – 2010. – V. 96, № 9. – P. 062503-1–062503-9.

78. Bishop L. S. Circuit Quantum Electrodynamics: A Dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy / Lev Samuel Bishop; Graduate School of Yale University, USA. – Yale, 2010. – 168 p.

79. Schuster D. I. Circuit Quantum Electrodynamics: A Dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy / David Isaac Schuster; Graduate School of Yale University. – Yale, USA, 2007. – 255 p.

80. Ландау Л. Д. Механика / Ландау Л. Д., Е. М. Лифшиц. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 224 с.

АНОТАЦІЯ

ДО ЗВІТУ З МАГІСТЕРСЬКОЇ ДИСЕРТАЦІЇ

СТУДЕНТА ФМФ, 2 КУРСУ МАГІСТЕРСЬКОГО РІВНЯ ГР. ОФ-81мп

Андрійчук Валентин Леонідович

(ПІБ)

На тему “Генерація однофотонних станів в надпровідному колі.”

Науковий керівник проф., д. фіз-мат. наук, Бродин Олександр Михайлович

(науковий ступінь, вчене звання, посада, ПІБ)

Актуальність: На сьогоднішній день надпровідні мікрохвильові схеми добре зарекомендували себе як якісно розроблена універсальна платформа для обробки квантової інформації. Архітектура схем базується на взаємодії штучних атомів Джозефсона та мікрохвильовими фотонами. Фотони, що передаються по лінії передачі, складених з резонаторів та хвилеводів, можуть служити “літаючим кубітом”, що передає інформацію через квантові стани між стаціонарними кубітами, де вона обробляється та зберігається.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами кафедри: Тема дисертаційної роботи відповідає науковому напрямку кафедри теоретичної фізики НАНУ “Інституту фізики” дослідженню в області квантової оптики та фізики лазерів.

Об'єкт дослідження: Однофотонні джерела в надпровідному колі з керованим фотонним випромінюванням

Предмет дослідження: Генерація однофотонних станів в надпровідному колі

Мета роботи: Розробити модель однофотонного джерела, налаштувати параметри системи для роботи джерела, створити контрольовану фотонну емісію.

Методи дослідження: Науковий метод, аналітичний аналіз задачі, комп'ютерне моделювання та чисельні методи числення.

Відомості про обсяг звіту, кількість ілюстрацій, таблиць, додатків і літературних найменувань за переліком використаних: робота містить: 80 сторінки, 21

ілюстрацій, 1 таблиця, 80 літературних найменувань за переліком
використаних

Мета індивідуального завдання, використані методи та отримані результати: розвинути
вміння генерувати теоретичні ідеї, досліджувати теоретичні моделі,
проводити аналітичний та чисельний аналіз поставленої задачі, її
комп'ютерне моделювання, зробити відповідні наукові висновки.

Висновок За результатами досліджень, отриманні розрахунки показали, що
можна досягти >90% маршрутизації для реалістичних параметрів
пристрою.

Перелік ключових слів (не більше 20) Квантова оптика, однофотонне джерело,
квантове електродинамічне коло, квантовий роутер, модель Джейнса-
Каммінгса.

Підпис керівника _____

SUMMARY

TO THE MASTER'S DISSERTATION REPORT

STUDENT OF FMF, 2 COURSE OF THE MASTER LEVEL, GR. OF-

Andriichuk Valentyn Leonidovich

(FULL NAME)

On the topic Generting of single-photon states in the superconducting circuit

Scientific supervisor Prof., Doctor of Phys.Sciences, Brodin OlexandrMikhalovich

(scientific degree, academic status, position, FULL NAME)

Topicality Superconducting microwave circuits constitute a well-developed and versatile hardware platform for quantum information processing. This architecture is based on the interaction of Josephson junction artificial atoms (qubits) and microwave photons. The latter can be either confined within microwave resonators or propagate in transmission-line waveguides. Propagating photon can serve as a “flying” qubit – a transmitter of a quantum state between stationary qubits where it is either processed or stored .

Relationship of work with scientific programs, plans, themes cathedra: Dissertation topic works with the scientific work of the Department of Theoretical Physics of NANU "Institute of Physics" is investigated in the field of quantum optics and physical lasers.

Object of research Microwave single-photon source with controlled emission direction

Subject of research Generating single-photon state in superconducting curcuit

Purpose of work: Develop a single-photon source model, adjust the system parameters for the source operation, and create a controlled photon emission.

Research methods: Scientific method, analytical problem analysis, computer simulation and numerical methods

Information about the volume of the report, the number of illustrations, tables, applications and literary names in the list of used ones: 80 pages, 21 illustrations, 1 table, 80 literary titles according to the list used

The purpose of the individual task, the methods used and the results obtained: To develop the ability to generate theoretical ideas, to research theoretical models, to carry out analytical and numerical analysis of a given task, its computer modeling, to draw appropriate scientific conclusions.

Conclusion A set of equations of motion for the probability amplitudes is derived and solved. Our results demonstrate that one can achieve >90% routing efficiency for the realistic parameters of the device.

.Keyword list (no more than 20): quantum optics, single-photon source, circuit quantum electrodynamics, quantum router, Jaynes-Cummings model.

Signature of the head _____